Matematika

Únor 2025

Počet účastníků: 725
Čistá úspěšnost: 40,9 %
Korig. úspěšnost: 41,8 %
Hrubá úspěšnost: 48,4 %
Průměrné skóre: 13,9
Medián skóre: 14,0

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 34,0
Max. dosažené skóre: 30,0
Min. možné skóre: -11,3
Min. dosažené skóre: -6,0
Směr. odchylka skóre: 6,7

Rozdíl množin *A* a *B*: $A \setminus B$ případně $A - B$

Kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkce:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1,\ x \neq k \cdot \dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x},\ x \neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x},\ x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\left|\sin \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 - \cos x}{2}}$; $\left|\cos \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin *x*	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos *x*	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a} = \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$; $\log_z x^k = k \cdot \log_z x$; $\log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; $s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ **Geometrická řada:** $s = a_1 \cdot \dfrac{1}{1-q}, |q| < 1$

Rozklad na součin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + ... + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$; $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k} + \dbinom{n}{k+1} = \dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1, n_2, ..., n_k) = \dfrac{(n_1 + n_2 + ... + n_k)!}{n_1! n_2! ... n_k!}$; $V'(k,n) = n^k$; $C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k} = \dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická věta: $(a+b)^n = a^n + \dbinom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dbinom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + ... + \dbinom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek p_1: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a p_2: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos\alpha = \dfrac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1; m2]$ od přímky p: $ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \dfrac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \dfrac{p}{2}; n\right]$; $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádr	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

Matematika

1.

Petr si na vkladový účet vložil 1. ledna 10 000 korun. K poslednímu dni každého měsíce se mu na účet připisuje částka ve výši 0,5 % úroku z počáteční vložené částky, což jsou jediné pohyby na jeho účtu. Celkem kolik korun má Petr na účtu k 30. červnu stejného roku po připsání úroku?

(A) 10 005 korun
(B) 10 180 korun
(C) 10 195 korun
(D) **10 300 korun**

2.

Je dáno osm různých bodů, přičemž žádné tři neleží v jedné přímce. Kolik různých přímek tyto body určují?

(A) 22
(B) **28**
(C) 37
(D) 46

3.

Kamarádky se potřebují složit na útratu v restauraci. Zjistily, že Bára má 29krát více Kč než Dáša a Aneta má o 685 Kč méně než Bára. Kolik korun má Dáša, jestliže s Anetou mají dohromady 2 765 Kč?

(A) 105 Kč
(B) **115 Kč**
(C) 263 Kč
(D) 840 Kč

4.

Symbol # představuje v následující rovnici jednu ze základních početních operací:

$$2\#(-4)=\frac{-5\#7}{-4}+\frac{12}{1\#(-3)}$$

O kterou početní operaci se jedná?

(A) sčítání
(B) **odečítání**
(C) násobení
(D) dělení

5.

Zbyněk má pokaženou kalkulačku. Když chce od čísla odečíst jiné číslo, sníží se původní číslo pouze o polovinu odečítaného čísla, a když chce nějaké číslo dělit jiným, vydělí se původní číslo převrácenou hodnotou čísla, jímž Zbyněk dělí. Jiné chyby kalkulačka nedělá. Jaký výsledek Zbyněk dostane, když na této pokažené kalkulačce od čísla 12 odečte číslo 18, výsledek vydělí třemi a následně vynásobí deseti?

(A) −10
(B) −1,8
(C) 0,1
(D) **90**

Matematika

6.

Písmena označují počet kalorií v jednotlivých sladkostech: C – čokoláda, T – tyčinka a Z – zmrzlina.

Platí:

$C + Z = 4T$

$3C = 2T$

Které z následujících tvrzení vyplývá z uvedených vztahů?

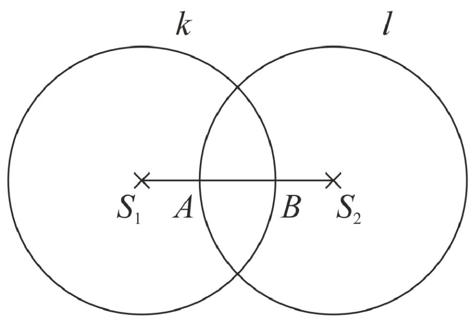
(A) Čokoláda má o pětinu více kalorií než zmrzlina.
(B) Zmrzlina má stejně kalorií jako dvě tyčinky.
(C) Čokoláda má pětkrát méně kalorií než zmrzlina.
(D) Čokoláda a zmrzlina mají stejný počet kalorií.

7.

V neděli přišlo na koupaliště 2,5krát více lidí než v sobotu. Jaký byl počet lidí v sobotu, jestliže za oba víkendové dny celkem přišlo na koupaliště 350 lidí?

(A) 75
(B) 100
(C) 140
(D) Odpověď nelze jednoznačně určit.

8.



Kružnice k, l se středy S_1, S_2 mají stejný poloměr. Kolikrát je úsečka S_1S_2 delší než úsečka AB?

(A) 1,5krát
(B) 2,5krát
(C) 3krát
(D) Odpověď nelze jednoznačně určit.

Matematika

9. Úloha na základě rozhodnutí NOK vyřazena.

Tři loupežníci (První, Druhý, Třetí) sebrali kupci truhlu zlaťáků, které si rozdělili podle vztahu $P = 2D + 4T$, kde P označuje počet zlaťáků Prvního, D počet zlaťáků Druhého a T počet zlaťáků Třetího. Které z následujících tvrzení **neodpovídá** uvedenému vztahu?

(A) **Třetí loupežník získal dvakrát více zlaťáků než Druhý loupežník.**
(B) První loupežník získal alespoň dvakrát více zlaťáků než zbylí dva loupežníci dohromady.
(C) První loupežník získal o dvojnásobek počtu zlaťáků Druhého loupežníka více než je čtyřnásobek počtu zlaťáků Třetího loupežníka.
(D) Druhý loupežník získal počet rovný polovině zlaťáků Prvního loupežníka zmenšený o dvojnásobek počtu zlaťáků Třetího loupežníka.

10.

Každý den platíme nájem za ubytovnu. Od státu nám chodí podpora 5 398 Kč, která pokryje nájemné přesně na 25 dní. Počínaje 17. dnem ale ubytovna nájemné zvýšila o 10 %. Na kolik celých dní nám v tomto měsíci podpora nově vystačila?

(A) **24**
(B) 23
(C) 22
(D) 21

11.

Rozdílem množiny všech celých čísel a množiny všech celých čísel větších než nula v tomto pořadí je:

(A) množina všech přirozených čísel
(B) množina všech záporných celých čísel
(C) množina všech nezáporných celých čísel
(D) **množina všech nekladných celých čísel**

12.

Která z následujících množin je podmnožinou množiny řešení nerovnice

$$\frac{(2-x)(2x+4)}{4x-2} \leq 0\,?$$

(A) $\left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$
(B) $(-2, 2)$
(C) $(-\infty, -2\rangle$
(D) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

Matematika

13.

Na jezeře roste žabinec. Každý den se plocha, kterou žabinec pokrývá, zvětší 1,25krát. Po šestnácti dnech jeho plocha zabírá 64 % jezera. Kolik dní celkem trvá, než žabinec pokryje celé jezero?

(A) **18 dní**
(B) 21 dní
(C) 25 dní
(D) 28 dní

14.

Kolik řešení má rovnice

$$\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$$

v intervalu $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\rangle$?

(A) **0**
(B) 2
(C) 3
(D) 4

15.

Jaké jsou rovnice asymptot rovnoosé hyperboly, která je grafem funkce $y = \frac{4x-1}{2x+5}$?

(A) $x = -\frac{5}{2}, \ y = \frac{1}{4}$
(B) $\boxed{x = -\frac{5}{2}, \ y = 2}$
(C) $x = 2, \ y = -\frac{5}{2}$
(D) $x = -4, \ y = \frac{2}{5}$

16.

Aritmetický průměr tří postupně zvětšujících se čísel $\{11, x, 23\}$ je roven mediánu těchto tří čísel. Jakou hodnotu má číslo x?

(A) 16
(B) **17**
(C) 18
(D) 19

17.

V sáčku mají 3 míčky modrou barvu a 5 míčků má červenou barvu. Jiné míčky v sáčku nejsou. Náhodně vytáhneme dva míčky najednou. Jaká je pravděpodobnost, že je každý jiné barvy?

(A) 5–10 %
(B) 10–25 %
(C) 25–50 %
(D) **větší než 50 %**

18.

V rovině je dána kružnice k se středem S o poloměru r. Z bodu M ležícího vně této kružnice vidíme kružnici pod úhlem α, jestliže tečny této kružnice procházející tímto bodem svírají úhel α. Množina všech bodů, z nichž je vidět kružnici o poloměru r pod úhlem 60°, je:

(A) kružnice soustředná s původní kružnicí o poloměru $\sqrt{3}r$
(B) kružnice soustředná s původní kružnicí o poloměru $\sqrt{2}r$
(C) kružnice soustředná s původní kružnicí o poloměru $2r$
(D) kružnice soustředná s původní kružnicí o poloměru $2\sqrt{2}r$

19.

Jsou dány množiny A, B, C, D takové, že platí $C \subseteq A \cap B$, $A \cup B \subseteq D$.
Je-li zároveň $D \subseteq C$, pak určitě platí:

(A) $A \cap B = \emptyset$
(B) $\boldsymbol{A \setminus B = \emptyset}$
(C) $C \cap D = \emptyset$
(D) $C \cup D = \emptyset$

20.

Magický čtverec 3 × 3 s devíti políčky je čtverec, do jehož políček se vepisují čísla 1 až 9 tak, aby součet čísel ve všech řadách, ve všech sloupcích i na obou diagonálách byl stejný. Do čtverce je vepsáno všech devět čísel. Platí, že v prostředním políčku každého takového magického čtverce:

(A) musí být jedině číslo 5
(B) může být kterékoli liché číslo 1 až 9
(C) může být kterékoli sudé číslo 2 až 8
(D) může být kterékoli číslo 1 až 9

21.

Upravte na součin prvočísel výraz

$(27^3 \cdot 12^5 \cdot 6^3) : (8^4 \cdot 9^3 \cdot 3)$

(A) $2^3 \cdot 5 \cdot 27^2$
(B) $2^{12} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
(C) $\boldsymbol{2 \cdot 3^{10}}$
(D) $2^5 \cdot 3^8$

Matematika

22.

Kamil a Milan hází třemi šestistěnnými kostkami – dvě mají stěny označené čísly 1–6, třetí má stěny barevné – zelené (Z) a červené (Č). V každém kole hází jen jeden, v jednotlivých kolech se střídají.

- Pokud v daném kole padnou různá čísla, posune se dopředu házející hráč, v případě zelené barvy o tolik polí, kolik je součet padlých čísel, v případě červené barvy o tolik polí, kolik je kladný rozdíl padlých čísel.
- Pokud v daném kole padnou stejná čísla, posouvá se hráč, který neházel, a to o tolik polí, kolik padlo na jedné z kostek. V případě, že padla zelená barva, posouvá se dopředu, v případě červené barvy dozadu.

V 1. kole a 3. kole hází Kamil a padnou mu: 1. Z64, 3. Č22. Milan hází v 2. kole a padnou mu: 2. Z66. Celkem o kolik polí a jakým směrem oproti výchozímu poli se během těchto tří kol posune Milan?

(A) **o 2 pole dozadu**
(B) o 2 pole dopředu
(C) o 3 pole dopředu
(D) o 6 polí dopředu

23.

Máme čísla: −3, −1, 3, 5.

Kolik z výše uvedených čísel **není** kořeny výrazu

$2x^3 - 9x^2 + 12x - 15$?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) **4**

24.

Jana denně zalévá zahradu. Každý den spotřebuje $2x$ litrů vody na petúnie a $3x + 2$ litrů vody na macešky. Na levandule spotřebuje denně tolik vody, kolik na petúnie a macešky dohromady. Jestliže Jana k zalití zahrady potřebuje 42 litrů vody za týden, kolik vody spotřebuje denně na macešky?

(A) 2,6 ml
(B) 200 ml
(C) 2 000 ml
(D) **2 600 ml**

25.

Všechny kořeny rovnice

$\log x - \log 4 = \log(x + 3) - 1$

leží v intervalu:

(A) $\langle 1, 2)$
(B) $\boxed{\langle 2, 3)}$
(C) $\langle 3, 4)$
(D) $\langle 4, 5)$

Matematika

26.

Řešením nerovnice $\sqrt{\mathrm{tg}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)} \leq 0$ v intervalu $\left\langle 0, 2\pi \right)$ je množina:

(A) $\varnothing$

(B) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right\}$

(C) $\left\langle 0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left\langle \pi, \frac{3}{2}\pi\right)$

(D) $\left\langle \frac{\pi}{2}, \pi\right) \cup \left\langle \frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$

27.

Posloupnost

$$\left(\frac{n^2+n}{2}\right)_{n=1}^{\infty}$$

je rovna téže posloupnosti vyjádřené rekurentně:

(A) $a_{n+1} = a_n + n - 1,\ a_1 = 1$

(B) $a_{n+1} = a_n + n,\ a_1 = 1$

(C) $a_{n+1} = a_n + n + 1,\ a_1 = 1$

(D) $a_{n+1} = a_n + n + 2,\ a_1 = 1$

28.

O funkci $f: y = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x$ tvrdíme následující:

a) $H(f) = \mathbb{R}^+$

b) Je rostoucí v $\mathbb{R}$.

c) Graf funkce je symetrický podle osy y.

d) Má minimum v bodě [0, 2].

Z uvedených tvrzení jsou pravdivá:

(A) pouze tvrzení a) a c)

(B) pouze tvrzení b) a c)

(C) pouze tvrzení b) a d)

(D) pouze tvrzení c) a d)

Matematika

29.

Inverzní funkce k funkci $y = 2x + 3$ je funkce:

(A) $y = 2x - 3$

(B) $y = \frac{1}{2}x - 3$

(C) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

(D) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

30.

Počet kořenů rovnice

$x + \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1$

je:

(A) 0
(B) **1**
(C) 2
(D) 3

31.

Graf funkce

$y = 2 - |x - 2| + |x|$

v intervalu $\langle 2; \infty)$ leží na přímce:

(A) $y = x$
(B) $y = x + 2$
(C) $y = 2x$
(D) $\boldsymbol{y = 4}$

32.

Mějme funkci $f(x) = (g(x))^2 + 2$.

Čemu se může rovnat $g(x)$, pokud $f(x) = x^2 - 6x + 11$, pro každé $x \in \mathbb{R}$?

(A) $g(x) = x - 6$
(B) $g(x) = - x - 3$
(C) $g(x) = x + 3$
(D) $\boldsymbol{g(x) = x - 3}$

33.

Josef má zamčenou školní skříňku zámkem, k jehož odemčení je třeba zadat správně uspořádanou číselnou čtveřici. Na každém místě může být číslice 0 až 9. Josef čtveřici zapomněl, ale je si jistý, že první číslice je vyšší než 3 a čtveřice končí číslem 36 nebo 45. Kolik nejvíce variant musí Josef vyzkoušet, aby se do skříňky dostal?

(A) 60
(B) **120**
(C) 150
(D) 180

Matematika

34.

Plastovou nádobku ve tvaru pláště kužele držíme podstavou vzhůru tak, že osa nádobky směřuje kolmo k vodorovné podlaze. Po nalití 30 ml vody do prázdné nádobky sahá hladina do výše 3 cm nad vrchol. Kolik cm nad vrcholem bude hladina po přilití dalších 210 ml? Tloušťku plastu zanedbáváme.

(A) **6**
(B) 8
(C) 9
(D) 12

35.

V rovině se soustavou souřadnic jsou dány množiny bodů A, B následujícími vztahy pro souřadnice x a y:

$$A: 2x - 3y = 0$$

$$B: \frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq 1$$

Která z následujících možností správně popisuje množinu $A \cap B$?

(A) jeden bod
(B) dva různé body
(C) **úsečka**
(D) polopřímka