SCIO

Matematika

Březen I 2025

Počet účastníků: 1 061
Čistá úspěšnost: 48,8 %
Korig. úspěšnost: 51,2 %
Hrubá úspěšnost: 54,8 %
Průměrné skóre: 17,1
Medián skóre: 17,3

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 35,0
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -2,3
Směr. odchylka skóre: 7,1

Rozdíl množin *A* a *B*: $A\setminus B$ případně $A-B$

Kvadratická rovnice: $ax^2+bx+c=0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$; $a\neq 0$

Goniometrické funkce:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{cotg} x=1,\ x\neq k\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$; $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\ x\neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\ x\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x\pm y)=\sin x\cdot\cos y\pm\cos x\cdot\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\sin x\cdot\sin y$

$\left|\sin\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\left|\cos\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin *x*	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos *x*	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosinová věta: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot\cos\alpha$; $b^2=a^2+c^2-2a\cdot c\cdot\cos\beta$; $c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y)=\log_z x+\log_z y$; $\log_z\dfrac{x}{y}=\log_z x-\log_z y$; $\log_z x^k=k\cdot\log_z x$; $\log_z x=y\Leftrightarrow x=z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$; $s_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$; $s_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$ **Geometrická řada:** $s=a_1\cdot\dfrac{1}{1-q},\ |q|<1$

Rozklad na součin: $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}\cdot b+a^{n-3}\cdot b^2+...+a\cdot b^{n-2}+b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n)=n!$; $V(k,n)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n)=\dbinom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$; $\dbinom{n}{k}=\dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k}+\dbinom{n}{k+1}=\dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1,n_2,...,n_k)=\dfrac{(n_1+n_2+...+n_k)!}{n_1!n_2!...n_k!}$; $V'(k,n)=n^k$; $C'(k,n)=\dbinom{n+k-1}{k}=\dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická věta: $(a+b)^n=a^n+\dbinom{n}{1}a^{n-1}\cdot b+\dbinom{n}{2}a^{n-2}\cdot b^2+....+\dbinom{n}{n-1}a\cdot b^{n-1}+b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u}=(u_1;u_2)$ je: $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek p_1: $a_1\cdot x+b_1\cdot y+c_1=0$ a p_2: $a_2\cdot x+b_2\cdot y+c_2=0$ je $\cos\alpha=\dfrac{|a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1;\ m2]$ od přímky p: $ax+by+c=0$ je $|Mp|=\dfrac{|a\cdot m_1+b\cdot m_2+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2-b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2+b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2=\pm 2p\cdot(x-m),F\left[m\pm\dfrac{p}{2};n\right]$; $(x-m)^2=\pm 2p\cdot(y-n),F\left[m;n\pm\dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádr	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a\cdot b\cdot c$	$\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{1}{3}S\cdot v$	$\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi\cdot r\cdot(r+v)$	$S+Q$	$\pi\cdot r\cdot(r+s)$	$4\pi\cdot r^2$

Matematika

1.

Operace $a \# b$ je definována vztahem

$a \# b = (2 - b - a) : (a - b + 1)$.

Čemu je rovna hodnota výrazu 5 # 3?

(A) hodnotě výrazu 7 # 1
(B) hodnotě výrazu 3 # 5
(C) hodnotě výrazu 8 # 4
(D) hodnotě výrazu −(2 # 5)

2.

Jestliže libovolné číslo x vynásobím třemi a s výsledkem provedu tajnou matematickou operaci, dostanu stejný výsledek, jako když s týmž číslem x provedu tutéž tajnou matematickou operaci, k výsledku přičtu osm a získané číslo vynásobím třemi. Která z následujících možností může být uvedenou tajnou matematickou operací?

(A) přičtení osmi
(B) přičtení dvanácti
(C) odečtení dvanácti
(D) násobení třemi

3.

Bílý blok obsahuje B listů, modrý blok M listů. Platí:

$$15B = 2M + \frac{M}{2}$$

Které z následujících tvrzení vyplývá z uvedeného vztahu?

(A) Bílý blok má pětkrát více listů než modrý blok.
(B) Dva bílé bloky mají dohromady stejně listů jako patnáct modrých.
(C) Šest bílých bloků má dohromady stejně listů jako jeden modrý.
(D) Patnáct bílých bloků má dohromady stejně listů jako dva modré.

4.

V rovině leží 4 různé přímky. Na kolik nejméně a nejvýše částí mohou rovinu rozdělit?

(A) na nejméně 5 a nejvýše 7
(B) na nejméně 6 a nejvýše 9
(C) na nejméně 6 a nejvýše 10
(D) na nejméně 5 a nejvýše 11

5.

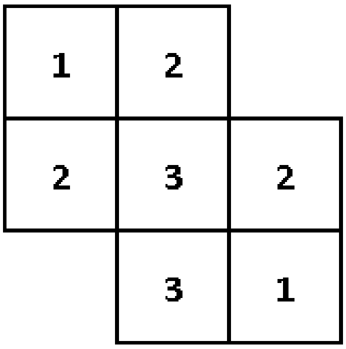
Turista ušel během tří dnů 90 kilometrů. Druhý den ušel o 25 % méně km než první den, třetí den o 10 km více než druhý den. Kolik kilometrů ušel postupně v jednotlivých dnech?

(A) 40, 30, 40
(B) 35, 25, 35
(C) 36, 32, 42
(D) 32, 24, 34

Matematika

6.

Barbora skládá krychličky, každá z nichž má hranu délky 2 cm, do větších útvarů. Obrázek znázorňuje půdorys útvaru, který prozatím postavila (číslo uvnitř čtverce udává počet krychliček postavených na sobě). Každý čtverec na obrázku představuje půdorys jedné krychličky.



Pokud by Barbora doplnila nejmenším možným počtem krychliček uvedený útvar na krychli, jaký objem by dohromady měly krychličky, které musí doplnit?

(A) **104 cm^3**
(B) 142 cm^3
(C) 200 cm^3
(D) Žádná z ostatních odpovědí není správná.

7.

Češka Milada potřebuje eura na nákup v Německu. Když v Německu bude platit kartou, bude ji každé euro stát 24,50 Kč a za každou platbu v eurech bude platit poplatek 30 Kč. Když si eura nakoupí doma v bance, zaplatí za každé euro 25 Kč. Při jaké výši jednoho nákupu bude celková částka za platbu kartou stejná jako částka za nákup eur doma?

(A) 120 eur
(B) **60 eur**
(C) 6 eur
(D) Žádná z ostatních odpovědí není správná.

8.

Jakub dostává za jedničku na vysvědčení 300 Kč, za dvojku 100 Kč, za trojku nedostává nic a za čtyřku nebo pětku naopak platí 200 Kč. Na vysvědčení má vždy 10 předmětů. V pololetí měl samé dvojky, na konci roku má dvě jedničky, tři trojky, jednu čtyřku a ze zbylých předmětů dvojky. O kolik více nebo méně mu vydělá vysvědčení na konci roku oproti pololetí?

(A) o 400 Kč více
(B) vydělá stejně
(C) **o 200 Kč méně**
(D) o 400 Kč méně

9.

Alex se vsadil, že vydrží denně cvičit dřepy. V pondělí jich udělal 10, každý další den pak dvakrát více než předchozí den. Sázka skončila v den, ve kterém udělal celkem (počítáno od začátku cvičení v pondělí) dvoustý dřep. Který den to bylo?

(A) ve čtvrtek
(B) **v pátek**
(C) v sobotu
(D) v neděli

10.

Filip s Tomášem a Hankou hrají kostky. Hrají se 2 kostkami ve tvaru krychle, přičemž na každé kostce jsou čísla od 1 do 6. Každý z nich si vybere vítězné číslo. Pokud součet na kostkách odpovídá zvolenému číslu, osoba vyhrává. Filip si vybral číslo 11, Tomáš číslo 7 a Hanka číslo 9. Kdo má největší šanci na výhru?

(A) Nikdo, všichni mají stejnou šanci.
(B) Filip
(C) **Tomáš**
(D) Hanka

11.

Pro všechna kladná reálná čísla x platí:

$$\frac{x^8}{\sqrt[9]{x^6}} \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{(x^3)^3} \cdot \sqrt{x^{\frac{1}{3}}} = x^t$$

Které z následujících tvrzení o čísle t je pravdivé?

(A) t je kladné celé číslo
(B) **t je záporné celé číslo**
(C) t je kladné racionální číslo, které není celé
(D) t je záporné racionální číslo, které není celé

12.

Součet dvou přirozených čísel x a y je roven z a kladný rozdíl druhých mocnin těchto dvou čísel je roven $4z$. Zároveň platí, že x je větší než y. Jaký je aritmetický průměr čísel x a y?

(A) $\boldsymbol{x - 2}$
(B) $x - 1$
(C) $x + 1$
(D) $x + 2$

13.

Hynek se rozhodl, že začne opravovat automobily. První rok opravil 11 automobilů a každý další rok vždy třikrát více než rok předcházející. Kolik navíc automobilů by musel pátý rok opravit, aby platilo, že jich daný rok opravil 900?

(A) 3
(B) 6
(C) **9**
(D) 12

Matematika

14.

Kterému z následujících výrazů se pro všechna kladná reálná čísla x rovná výraz

$\log_2 x - \log_4 x$?

(A) $2\log_2 x$

(B) $\log_2(x^2 + x)$

(C) $\log_4 x$

(D) $\log_4(x^2 - x)$

15. Na základě rozhodnutí NOK uznána dvě správná řešení.

Jsou dány funkce

$f(x) = |2x-1| - 2x$,

$g(x) = x^2 + 4x + 3$.

Pro kterou z těchto funkcí platí, že je na celém intervalu $(-1,1)$ rostoucí, nebo klesající?

(A) jen pro f
(B) jen pro g
(C) pro obě funkce f a g
(D) ani pro f, ani pro g

16.

Máme pěticiferné číslo, kde se nevyskytuje 0 a jednotlivé cifry se v čísle neopakují. Číslo začíná lichou cifrou. Sudé cifry nesousedí se sudými, ani liché s lichými. Kolik takových čísel existuje?

(A) 360
(B) 600
(C) 720
(D) 1200

17.

Součin čísel $A = \binom{15}{14}$ a $B = \frac{14 \cdot 14!}{15!}$ je roven:

(A) $\binom{15}{13}$

(B) 14
(C) 2
(D) 0,5

Matematika

18.

Body

$A[6;4]$, $B[0;2{,}5]$ a $C[3;7]$

tvoří vrcholy trojúhelníka. Rovnici přímky, na které leží výška na nejdelší stranu trojúhelníku ABC, odpovídá rovnice:

(A) $4x + y - 28 = 0$

(B) $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$

(C) $x = 6, y = 4 - 2t, t \in \mathbb{R}$

(D) $x = 3 - t, y = 7 + 4t, t \in \mathbb{R}$

19.

Pro reálné číslo a platí: $|a| = -a$.

Číslem a může být za této podmínky:

(A) jakékoliv reálné číslo
(B) jakékoliv kladné reálné číslo
(C) **jakékoliv nekladné reálné číslo**
(D) žádné reálné číslo

20.

Kladné celé číslo k je dělitelné třemi, zároveň číslo $k+1$ je dělitelem čísla 96. Pak číslo $\frac{k}{6}$ je:

(A) celé číslo
(B) **racionální číslo, které není celé**
(C) nelze určit bez více informací o čísle k
(D) žádné číslo k vyhovující zadání neexistuje

21.

Jakému výrazu je roven výraz

$$\frac{2a^3 - 2b^3}{(a-b)\cdot(b+a)^2} - 2$$

po zjednodušení za podmínky $a \neq \pm b$?

(A) $\frac{a+b}{a-b}$

(B) $a - b - 2$

(C) $2a^2 - 2$

(D) $-\frac{2ab}{(b+a)^2}$

Matematika

22.

V sadu roste 26 stromů a každý za sezónu urodí 10 kg jablek. Z úrody se 2/5 prodají, 30 % se zakompotuje a ze zbytku se udělá mošt. Kolik kg jablek se použije na lahev moštu, jestliže se lahví za sezónu vyrobí 20?

(A) 3,5 kg
(B) 3,9 kg
(C) 4,2 kg
(D) 6,3 kg

23.

Nerovnici tvaru

$$\frac{2x+3}{x-2} \leq 1$$

vyhovují všechna x z intervalu:

(A) $(2;\infty)$

$\boxed{\textbf{(B)}\ \langle -5; 2)}$

(C) $(-\infty; -5\rangle$

(D) $(-\infty; 5)$

24.

V aritmetické posloupnosti je součet čtvrtého a šestého členu 18, diference je –2. Desátý člen posloupnosti se rovná:

(A) –7
(B) −1
(C) 1
(D) 7

25.

První člen geometrické posloupnosti se rovná −9. Kvocient posloupnosti je 8.

Abychom obdrželi součet −5265, je potřeba sečíst:

(A) první 3 členy posloupnosti
(B) první 4 členy posloupnosti
(C) prvních 5 členů posloupnosti
(D) prvních 7 členů posloupnosti

26.

Máme soustavu tří rovnic:

$2y - 5z = 8$

$9y - 19z = 29$

$x + 3y - 6z = 10$

Jeden z kořenů této soustavy má hodnotu:

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

Matematika

27.

Interval $\langle -3;1\rangle$ je množinou všech řešení nerovnice $x^2+2x+c\le 0$, jestliže c je rovno:

(A) 1
(B) 0
(C) –1
(D) –3

28.

O funkci

$y=\left|x^2-1\right|+1$

platí tvrzení:

(A) nabývá nejnižší hodnoty ve dvou různých bodech
(B) je lichá
(C) je prostá
(D) její obor hodnot je $\mathbb{R}$

29.

Řekneme, že kvadratická funkce *f* je *pěkná*, jestliže má jeden kladný kořen, jeden záporný kořen a navíc platí $f(0) > 0$. Příkladem *pěkné* kvadratické funkce je funkce:

(A) $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$
(B) $\boldsymbol{f(x) = -2x^2 - 5x + 3}$
(C) $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$
(D) $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$

30.

Pokud pro $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right\rangle$ platí $\frac{4\sin(x)}{5-4\cos^2(x)}=1$, pak je hodnota x rovna:

(A) $\frac{\pi}{8}$

$\boxed{\textbf{(B)}\ \frac{\pi}{6}}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{3}$

31.

Které nejmenší přirozené číslo je větší než hodnota výrazu

$\log_3 27-\frac{\log_3 1}{3}$?

(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 9

Matematika

32.

Kuba a Petr hodili standardní šestistěnnou hrací kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že Kubovi padlo větší číslo než Petrovi?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{3}{12}$

$\boxed{\textbf{(C)}\ \frac{5}{12}}$

(D) $\frac{4}{9}$

33.

Máme jehlan, kvádr a válec. Obsahy podstav těchto těles jsou v poměru 2 : 3 : 1. Výšky jehlanu a válce jsou stejné, ovšem výška kvádru je o $\frac{1}{3}$ větší. Jaký je poměr objemů těchto těles?

(A) 2 : 4 : 1
(B) **2 : 12 : 3**
(C) 4 : 5 : 6
(D) 10 : 9 : 3

34.

Každá ze dvou zatáček silnice leží v rovině a je omezena dvěma polokružnicemi se společným středem. První zatáčka má poloměry těchto polokružnic 30 metrů a 40 metrů, druhá zatáčka 40 metrů a 50 metrů. Jaký je poměr velikosti povrchů první a druhé zatáčky?

(A) 4 : 5
(B) **7 : 9**
(C) 9 : 16
(D) 16 : 25

35.

Přímka procházející bodem M [–4; 3], jejíž vzdálenost od počátku souřadnic je 5, má rovnici:

(A) $x - 2y + 10 = 0$
(B) $3x + 2y + 6 = 0$
(C) $3x - 4y + 24 = 0$
(D) $\mathbf{4x - 3y + 25 = 0}$