

Matematika

Březen II 2025

Počet účastníků: 1038
Čistá úspěšnost: 41,9 %
Korig. úspěšnost: 43,0 %
Hrubá úspěšnost: 49,3 %
Průměrné skóre: 14,7
Medián skóre: 14,7

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 35,0
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -3,7
Směr. odchylka skóre: 6,8

Rozdíl množin A a B: $A \setminus B$ případně $A - B$

Kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkce:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \cotg x = 1, x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x; \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x; \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cotg x = \frac{\cos x}{\sin x}, x \neq k\pi$$

$$\cotg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \left|\cos \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$

kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \alpha; b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \beta; c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y; \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y; \log_z x^k = k \cdot \log_z x; \log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Geometrická řada: $s = a_1 \cdot \frac{1}{1-q}, |q| < 1$

Rozklad na součin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!; V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}; C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}; \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}; \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

$$P^*(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}; V^*(k, n) = n^k; C^*(k, n) = \binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

Binomická věta: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek $p_1: a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a $p_2: a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos \alpha = \frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1; m_2]$ od přímky $p: ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \frac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \frac{p}{2}; n\right]; (x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \frac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádř	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

1.

Marcela během každých 8 hodin odebírá 1 hodinu a 20 minut elektřinu v nízkém tarifu. Celkem kolik času odebírá elektřinu v nízkém tarifu za nepřestupný rok?

- (A) 20 dní 6 hodin 40 minut
- (B) 40 dní 13 hodin 20 minut
- (C) **60 dní 20 hodin**
- (D) 182 dní 12 hodin

2.

Jsou dána reálná čísla a, b, c , přičemž absolutní hodnota každého z nich je nejvýše 9,9. Která z následujících možností může platit?

- (A) $a + 2c > 30$
- (B) $b > a + 20$
- (C) **$3b = 9$**
- (D) $c + 4 = -7$

3.

V roce R připadl 1. leden na pondělí. Na jaký den připadne 1. leden v přestupném roce $R + 2$?

- (A) na úterý
- (B) **na středu**
- (C) na čtvrtek
- (D) na pátek

4.

Domácí čistička vyčistí za hodinu D m³ vzduchu. Průmyslová čistička vyčistí za stejnou dobu P m³ vzduchu. Platí:

$$16D + 3P = 17$$

$$8D + 4P = 21$$

Které z následujících tvrzení vyplývá z uvedených vztahů?

- (A) Průmyslová čistička vyčistí za hodinu stejně vzduchu jako 16 domácích čističek.
- (B) **Průmyslová čistička vyčistí za hodinu více vzduchu než 32 domácích čističek.**
- (C) Průmyslová čistička vyčistí za 12 hodin více než 80 m³ vzduchu.
- (D) Průmyslová čistička a sedm domácích čističek vyčistí celkem 8 m³ vzduchu za hodinu.

5.

Pavlova čivava denně sežere 10 % množství granulí, které denně sežere jeho bulteriér. Celkem kolik kilogramů granulí za dva týdny sežere čivava, když oba psi dohromady sežerou 11 kg granulí?

- (A) 0,8 kg
- (B) 0,9 kg
- (C) **1 kg**
- (D) 1,1 kg

6.

Pro operaci # platí vztah $(-3) \# (2) = -24$.

Která z následujících možných definic operace # uvedenému vztahu vyhovuje?

- (A) $a \# b = a^2b$
- (B) $a \# b = -3ab^2$
- (C) $a \# b = a^3b$
- (D) $a \# b = ab^3$

7.

Autobazar v reklamě uvedl, že má nižší ceny než Zastavárna, ale zamlčel, že k cenám aut ve výši A Kč si připočítává manipulační poplatek ve výši $0,2 \cdot (2 \cdot A + 10\,000)$ Kč. Žádné další poplatky se již k ceně aut nepřipočítávají.

O kolik více ve skutečnosti zaplatíme v Autobazaru za auto, u něhož je uvedena cena 300 000 Kč, než kdybychom stejný koupili v Zastavárně, která jej nabízí za 390 000 Kč včetně všech poplatků?

- (A) o 20 000 Kč více
- (B) o 22 000 Kč více
- (C) o 30 000 Kč více
- (D) o 32 000 Kč více

8.

V košíku jsou dvě hrušky žluté a tři zelené. Vytáhneme-li z košíku tři hrušky, celkem kolik různých kombinací z hlediska barev jednotlivých hrušek (na pořadí barev nezáleží) může taková trojice mít?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

9.

Činka se skládá z tyče o hmotnosti 10 kg, na jejímž každém konci jsou naložena tři dvoukilogramová závaží a jedno pětikilogramové závaží. Jaká je celková hmotnost činky?

- (A) 21 kg
- (B) 26 kg
- (C) 32 kg
- (D) 42 kg

10.

Alice má pět různých kartiček, na každé z nich je jiný obrázek (hvězda, čtverec, kruh, srdce, trojúhelník). Těchto pět kartiček položila vedle sebe obrázkem dolů a její bratr Matěj hádá jejich pořadí.

- Napoprvé zkusil pořadí hvězda – čtverec – kruh – srdce – trojúhelník; Alice mu prozradila, že správně určil umístění pouze jediné kartičky, a to jedné ze dvou krajních.
- Napodruhé zkusil pořadí čtverec – kruh – srdce – hvězda – trojúhelník; tentokrát správně určil umístění u dvou kartiček, ale ani u jedné z krajních.

Kartičky se kterým obrázkem položila Alice těsně vedle kartičky s trojúhelníkem?

- (A) kartičky se srdcem a s kruhem
(B) **kartičky se srdcem a se čtvercem**
(C) kartičky se čtvercem a s kruhem
(D) kartičky se čtvercem a s hvězdou

11.

Veronika rozdělila všechny své mince na dvě různě velké hromádky. Na větší hromádce bylo 120 mincí. Z větší hromádky vzala třetinu mincí a přesunula je na menší hromádku. Následně vzala $\frac{1}{8}$ mincí, které zůstaly na původně větší hromádce, a opět je přesunula na druhou hromádku. Docílila toho, že na obou hromádkách bylo mincí stejně. Kolik mincí bylo původně na menší hromádce?

- (A) **20 mincí**
(B) 25 mincí
(C) 30 mincí
(D) 35 mincí

12.

Ciferný součet součtu dvou největších prvočísel prvočíselného rozkladu čísla 2024 je dělitelný:

- (A) deseti
(B) **sedmi**
(C) čtyřmi
(D) třemi

13.

V aritmetické posloupnosti (a_n) je dáno, že $a_4 = \frac{1}{2}a_6$.

Jaký člen aritmetické posloupnosti se rovná diferencí?

- (A) a_1
(B) a_2
(C) a_3
(D) a_4

14.

Adam shraje listí za 7 hodin. Když mu pomůže i Tonda, bude listí shrabáno za poloviční dobu. Když se přidá i Franta, bude hotovo za 2 hodiny. Jak dlouho by listí hrabal Franta sám?

- (A) 3 hodiny a 10 minut
- (B) 3 hodiny a 40 minut
- (C) **4 hodiny a 40 minut**
- (D) 5 hodin a 10 minut

15.

Kolik řešení rovnice

$$4 \cos^2 x + 3 = 8 \cos x$$

existuje na intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$?

- (A) 1
- (B) **2**
- (C) 3
- (D) 4

16.

Pro kterou z následujících funkcí existuje alespoň jedno x z intervalu $(-1; 0)$, pro které není definovaná?

(A) $f(x) = \ln(2x+1)$

(B) $f(x) = 5^x - 2^x$

(C) $f(x) = 5 \cdot \sqrt{x^2 - x + 1}$

(D) $f(x) = \frac{8}{x^2 - 2x + 1}$

17.

Ve skupině lidí jsou 4 ženy a 6 mužů. Chceme vybrat dvojici, v níž je aspoň jedna žena. Kolik je možností, jak takovou dvojici ze členů skupiny vytvořit?

- (A) 12
- (B) 15
- (C) 24
- (D) **30**

18.

Neořezaná tužka má tvar válce, jehož podstava má průměr 6 mm. Chceme její konec ořezat do špičky, jež bude začínat 1 cm od kraje tužky a bude mít pravidelný kuželovitý tvar. Ve kterém z následujících intervalů leží nejmenší možný počet mm^3 , který bude ořezáním odstraněn z objemu tužky?

- (A) $(0; 110)$
- (B) $(110; 140)$
- (C) $(140; 170)$
- (D) **$(170; 200)$**

19.

Následující čísla seřaďte sestupně podle velikosti:

$$\pi, \sqrt{15}, \frac{24}{7}, \log 10$$

(A) $\log 10 > \pi > \frac{24}{7} > \sqrt{15}$

(B) $\log 10 > \frac{24}{7} > \sqrt{15} > \pi$

(C) $\sqrt{15} > \log 10 > \frac{24}{7} > \pi$

(D) $\sqrt{15} > \frac{24}{7} > \pi > \log 10$

20.

Znalec měl za odměnu 500 Kč určit u každého z 10 vzorků písma, zda ho psal muž, nebo žena. Za každý správně přiřazený vzorek měl dostat navíc prémii 100 Kč, za nesprávně přiřazený vzorek se mu mělo 100 Kč strhnout. Znalec označil jako autora u pěti vzorků muže a u pěti vzorků ženu. Ve skutečnosti byly dva vzorky od mužů a osm od žen. Kolik nejméně a kolik nejvíce peněz mohl znalec celkově vydělat?

(A) nejméně 100 Kč, nejvíce 900 Kč

(B) nejméně 200 Kč, nejvíce 800 Kč

(C) nejméně 300 Kč, nejvíce 700 Kč

(D) nejméně 300 Kč, nejvíce 800 Kč

21.

Víme, že výraz $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ má oproti výrazu $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2x}$ dvojnásobnou hodnotu. Které tvrzení o neznámé x je zcela určitě pravdivé?

(A) Neznámá x je kladné číslo.

(B) Neznámá x je celé číslo.

(C) Neznámá x je menší než nula.

(D) Trojnásobek neznámé x je větší než jedna.

22.

Funkce $f: y = 2x + 2$ je prostá a sudá.

Které z následujících tvrzení o výše uvedeném výroku je pravdivé?

(A) Výše uvedený výrok je pravdivý.

(B) Výše uvedený výrok není pravdivý, protože funkce je prostá, ale není sudá.

(C) Výše uvedený výrok není pravdivý, protože funkce není prostá, ale je sudá.

(D) Výše uvedený výrok není pravdivý, protože funkce není prostá a ani není sudá.

23.

Počet kořenů rovnice

$$\left| x + \sqrt{3} \right| + \sqrt{2} = 1$$

je:

- (A) 3
- (B) 2
- (C) 1
- (D) 0

24.

Rovnici $4 \cdot \frac{x+1}{x} - 4 \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x}} + 1 = 0$:

- (A) vyhovuje právě jedno přirozené číslo
- (B) **vyhovuje právě jedno záporné racionální číslo**
- (C) vyhovují právě dvě celá čísla
- (D) nevyhovuje žádné reálné číslo

25.

Funkce $f: y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$ má:

- (A) minimum v bodě $\left[2; \frac{1}{2} \right]$
- (B) maximum v bodě $\left[2; \frac{1}{2} \right]$
- (C) minimum v bodě $\left[2; \frac{9}{2} \right]$
- (D) **maximum v bodě $\left[2; \frac{9}{2} \right]$**

26.

Definiční obor funkce $f: y = \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ je roven:

- (A) $(-1; 1)$
- (B) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- (C) $(-\infty; -1) \cup \langle 1; +\infty)$
- (D) $(1; +\infty)$

27.

Je dána geometrická posloupnost (a_n) , pro niž zároveň platí rekurzivní formule

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n}.$$

Pak a_1 může být rovno:

(A) -2

(B) -1

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 2

28.

Je dána periodická funkce

$$f : y = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + \operatorname{cotg}\left(\frac{x}{3}\right).$$

Délka její (nejkratší) periody je:

(A) 2π

(B) 3π

(C) 5π

(D) 6π

29.

Obdélník o hranách délek $a = 3$ a $b = 2$ má střed v počátku soustavy souřadnic. Kolik průsečíků má kuželosečka $k : x^2 + y^2 = 1$ s obdélníkem?

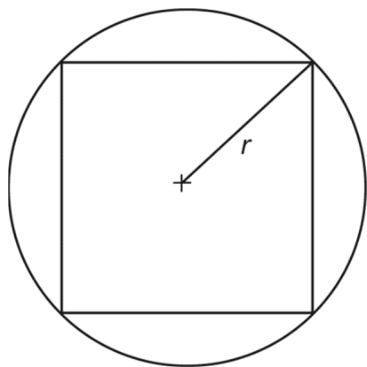
(A) žádný

(B) 2

(C) 4

(D) Počet průsečíků nelze jednoznačně určit.

30.



Do kruhu o poloměru r je vepsán čtverec (viz obrázek). Poměr obsahu kruhu a obsahu čtverce je roven číslu:

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) π

(C) $\frac{2}{\pi}$

(D) $\frac{1}{2}$

31.

V rovině je dána kružnice $k(S; r = 12 \text{ cm})$ a bod A , pro nějž platí $|AS| = 16 \text{ cm}$. Z bodu A sestrojíme tečnu ke kružnici k a bod dotyku označíme T . Ve kterém z následujících intervalů leží velikost úhlu SAT ?

(A) $(0^\circ; 30^\circ)$

(B) $(30^\circ; 45^\circ)$

(C) **$(45^\circ; 60^\circ)$**

(D) $(60^\circ; 90^\circ)$

32.

Z vodorovně položené střechy ve tvaru obdélníku o stranách délek 16 metrů a 4 metry ihned odteče všechna voda okapem do uzavřené nádrže o objemu jeden kubický metr. Za kolik hodin se naplní prázdná nádrž, pokud bude úhrn srážek 1,25 mm za hodinu?

(A) 11,5 h

(B) 12 h

(C) **12,5 h**

(D) 13 h

33.

Jaká je vzdálenost počátku soustavy souřadnic od přímky procházející bodem $[-1; 3]$ a mající směrový vektor $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$?

(A) $\sqrt{5}$

(B) $\sqrt{2}$

(C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(D) $\frac{5}{2}$

34.

Ruleta v kasinu má 20 polí, z toho jsou 2 pole zelená, 9 je červených a 9 černých. Pokud padne zelená barva či barva, na kterou jsme nevsadili, vyhrává kasino. Pokud padne barva, na kterou jsme vsadili, vyhráváme. Sázet lze jen na černou či červenou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje kasino?

(A) 45 %

(B) 50 %

(C) 55 %

(D) 60 %

35.

Na tenisovém turnaji dvouher, který je hraný ve stylu „každý s každým jednou“, se odehrálo 91 zápasů. Kolik se ho zúčastnilo hráčů?

(A) 16

(B) 14

(C) 10

(D) 7