



NÁRODNÍ SROVNÁVACÍ ZKOUŠKY

Matematika

TEST Z BŘEZNA 2020

Datum konání zkoušky: 7. března 2020	Max. možné skóre: 28
Počet řešitelů testu: 962	Max. dosažené skóre: 28
Počet úloh: 30	Min. možné skóre: -7,0
Průměrná vynechanost: 24,6 %	Min. dosažené skóre: -1,8
Správné odpovědi jsou vyznačeny.	Průměrné skóre: 11,0

Zopakujte si základní informace ke zkoušce:

- Test obsahuje 30 úloh a na jeho řešení máte 90 minut čistého času.
- V průběhu testu můžete používat přiložené vzorce, prázdný sloupec je určen na vaše poznámky.
- U každé úlohy je jen jedna správná odpověď.
- Za každou správnou odpověď získáte bod, za špatnou 1/4 bodu ztrácíte.
- Nejlepší je řešit nejdříve snadné úlohy a k náročnějším se vrátit.
- **Nebud'te nervózní z toho, že nevyřešíte všechno, to se povede málokomu**

Kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkce:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x; \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x; \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}, x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \left|\cos \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos x	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$

kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \alpha; b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \beta; c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y; \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y; \log_z x^k = k \cdot \log_z x; \log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ **Geometrická řada:** $s = a_1 \cdot \frac{1}{1 - q}, |q| < 1$

Rozklad na součiny: $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!; V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}; C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}; \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}; \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}; V'(k, n) = n^k; C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

Binomická věta: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek $p_1: a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a $p_2: a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos \alpha = \frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1; m_2]$ od přímky $p: ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \frac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \frac{p}{2}; n\right]; (x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \frac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádř	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

1.

Ciferný součet nejmenšího společného jmenovatele zlomků

$$\frac{11}{12}, \frac{17}{18}, \frac{24}{25}, \frac{29}{30}$$

je:

- (A) 3
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 18
- (E) 21

2.

Platí-li pro reálná čísla a, b nerovnosti

$$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b} < 0,$$

pak platí:

- (A) $a \leq b$
- (B) $b \leq a$
- (C) $a < b$
- (D) $b < a$
- (E) $a = b$

3.

V rokle žijí tři druhy živočichů: vlci, lišky a veverky. Víme, že o jejich počtech platí tyto vztahy:

- Lišek je přesně dvakrát tolik co vlků.
- Vlků je o čtyři méně než veverek.

Jestliže lišek je 14, kolik je veverek?

- (A) 3
- (B) 7
- (C) 11
- (D) 24
- (E) Žádná z možností (A) až (D) není správná.

4.

Největší počet číslic, jaký lze vynechat z 2020ciferného čísla 20202020...2020 tak, aby zbylé číslo mělo ciferný součet 1010, je:

- (A) 101
- (B) 505
- (C) 1010
- (D) 1515
- (E) 2020

5.

Je-li dána množina

$$A = \left\{ \frac{k}{5}; k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 14 \right\},$$

pak počet prvků množiny $A \setminus (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})$, kde znak $\setminus$ představuje rozdíl množin, je roven:

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

6.

Množina dvouciferných prvočísel, jejichž cifry se liší o 1, je:

- (A) prázdná
- (B) jednoprvková
- (C) dvouprvková
- (D) tříprvková
- (E) čtyřprvková

7.

Víme, že A, B, C jsou výroky, přičemž A a C jsou nepravdivé a B je pravdivý. Kterou z logických spojek $\vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ lze použít namísto symbolu „?“ tak, aby složený výrok

$$(A \vee \neg B) ? (C \wedge A)$$

byl pravdivý?

- (A) pouze $\vee$
- (B) pouze $\Leftrightarrow$
- (C) pouze $\Rightarrow$ nebo $\Leftrightarrow$
- (D) pouze $\Rightarrow$ nebo $\vee$
- (E) pouze $\vee, \wedge$ nebo $\Rightarrow$

8.

Existují právě dvě reálné hodnoty t , pro něž mají výrazy $2t^2 + 3t + 5$ a $t^2 + 5t + 8$ stejnou hodnotu. Větší z těchto dvou hodnot parametru t je rovna:

- (A) -3
- (B) -1
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 3

9.

Řešením soustavy rovnic

$$6x + 2y = 24,$$

$$3x^2 - 4y = 15$$

v množině reálných čísel jsou dvě uspořádané dvojice $[x_1; y_1]$

a $[x_2; y_2]$. Pro hodnoty x_1 , y_1 , x_2 a y_2 platí:

- (A) všechny jsou záporné
- (B) tři z nich jsou záporné
- (C) dvě z nich jsou záporné a dvě kladné
- (D) **tři z nich jsou kladné**
- (E) všechny jsou kladné

10.

Množina všech řešení nerovnice

$$||x-1|-1| \leq 1$$

v oboru reálných čísel je rovna:

- (A) $\emptyset$
- (B) $(-\infty; -1) \cup (3; \infty)$

(C) $\langle -1; 3 \rangle$

(D) $\mathbb{R}$

(E) Žádná z možností (A) až (D) není správně.

11. Úloha je na základě námitek a rozhodnutí VOP
vyřazena z testu.

Chlapec jede na bicyklu po ulici dlouhé 120 m z jednoho konce ulice na druhý. Průměr předního kola bicyklu je 60 cm. Kolik nejméně celých otáček musí udělat přední kolo, aby se chlapec dostal z jednoho konce ulice na druhý?

- (A) 47
- (B) 55
- (C) **63**
- (D) 70
- (E) 77

12.

Výraz

$$(a-1)(a+\sqrt{a})^{-1}$$

se pro všechna $a > 0$ dá zjednodušit na tvar:

(A) $\frac{\sqrt{a}}{a}$

(B) $\frac{1}{a} + \sqrt{a}$

(C) $\frac{1}{a} - \sqrt{a}$

(D) $1 + \frac{\sqrt{a}}{a}$

(E) $1 - \frac{\sqrt{a}}{a}$

13.

Jsou dány rovnice

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$x^3 + b^2x^2 - 2x^2 + 3x + 3b^2 - 6 = 0,$$

kde b je reálný parametr. Mají-li tyto rovnice společný kořen, pak hodnota parametru b je rovna:

(A) $b = 3$

(B) $b = -3$

(C) $b = 1$ nebo $b = -1$

(D) $b = 2$ nebo $b = -2$

(E) Uvedené rovnice nemají společný kořen pro žádnou hodnotu parametru b .

14.

Pravděpodobnost, že při prvním hodu kostkou nepadne šestka a při druhém padne šestka, je:

(A) $\frac{5}{36}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{5}{12}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) $\frac{5}{6}$

15.

Z po sobě jdoucích čísel 1, 2, 3, 4, ..., 54, 55 se mají vybrat tři tak, aby jejich součet byl lichý. Počet způsobů, jimiž to lze provést, je:

(A) $\binom{27}{2} \cdot \binom{28}{3}$

(B) $\binom{27}{2} \cdot 27 + \binom{28}{3}$

(C) $\binom{28}{2} \cdot 27 + \binom{27}{3}$

(D) $\binom{27}{2} \cdot 28 + \binom{28}{3}$

(E) $\binom{28}{2} \cdot 28 + \binom{27}{3}$

16.

Počet všech 4ciferných čísel, která mají ciferný součet 4, je:

(A) 10

(B) 12

(C) 15

(D) 17

(E) 20

17.

Počítač lze zabezpečit kódem, jenž sestává z číslic 0 až 9 a číslice se mohou opakovat. Víme, že případný útočník je schopen pomocí programu vyzkoušet až 1 000 000 000 hesel za vteřinu. Jak nejméně dlouhé musí být heslo, chceme-li si být jisti, že útočník nebude schopen vyzkoušet všechna možná hesla dané délky za kratší dobu než 5 minut?

(A) alespoň 11 znaků

(B) alespoň 12 znaků

(C) alespoň 13 znaků

(D) alespoň 14 znaků

(E) alespoň 15 znaků

18.

Je dáno číslo x takové, že $\log x$ je celé číslo větší než 1. Která z následujících tvrzení jsou nutně pravdivá?

1. Číslo x splňuje nerovnost $x \geq 100$.

2. Číslo x je celé číslo dělitelné 2^{10} .

3. Číslo x je celé číslo dělitelné 25.

(A) Právě 1. a 2.

(B) Právě 1. a 3.

(C) Právě 2. a 3.

(D) Všechna tři tvrzení.

(E) Žádné z uvedených tvrzení.

19.

Je-li x reálné číslo splňující rovnici

$$2^{x+2} = 3,$$

pak číslo x leží v intervalu:

(A) $(-2; -1)$

(B) $(-1; 0)$

(C) $(0; 1)$

(D) $(1; 2)$

(E) $(2; 3)$

20.

Rovnici

$$2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 1 = 0$$

vyhovují v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ velikosti právě dvou úhlů.

Liší se o:

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{2}{3}\pi$

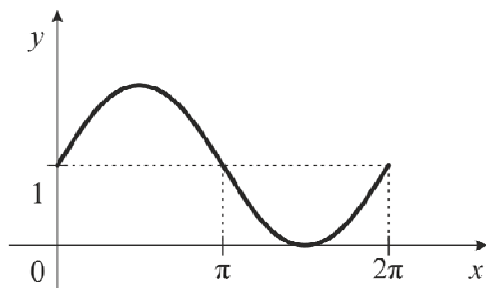
(E) π

21.

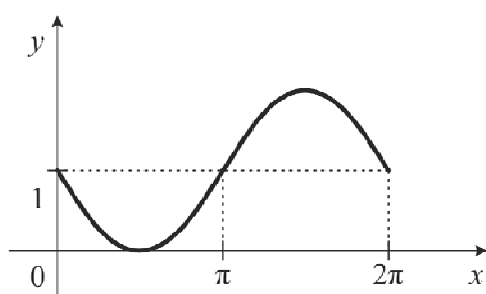
Graf funkce

$$f : y = 1 + \sin x + \sin(-x)$$

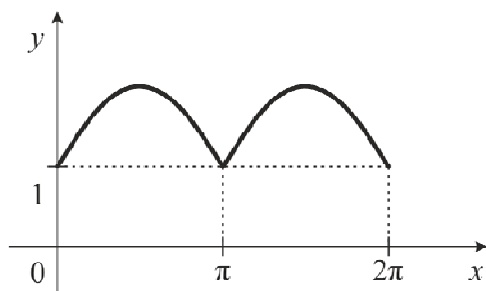
v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ je na obrázku:



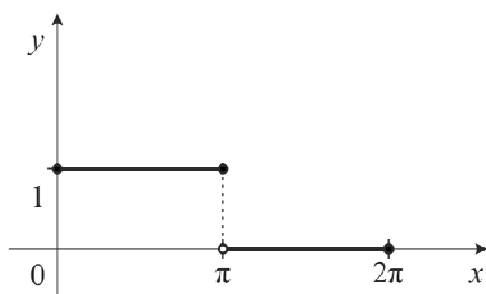
(A)



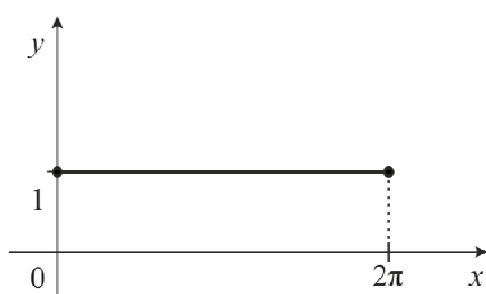
(B)



(C)



(D)



(E)

22.

Kvadratická funkce, o níž platí, že je sudá, hodnota jejího maxima je 6 a jeden z průsečíků jejího grafu s osou x je $[-3; 0]$, má předpis:

(A) $y = -x^2 - 3x$

(B) $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6$

(C) $y = \frac{2}{3}x^2 - 6$

(D) $y = x^2 + x + 6$

(E) $y = x^2 + 3x$

23.

Počet kořenů rovnice $\sqrt{16-x} - \sqrt{x+9} = 1$ v $\mathbb{R}$ je:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

24.

V knihovně je na nejnižší polici 10 silných knih. Ve vyšších policích jsou stále slabší a slabší knihy. Jejich počet se v každé vyšší polici zvýší o 4. V knihovně s dvanácti policemi je celkem:

(A) 168 knih

(B) 320 knih

(C) 340 knih

(D) **384 knih**

(E) 408 knih

25.

Součet vzdáleností libovolného bodu ležícího na elipse

$$9x^2 + 4y^2 = 36$$

od obou jejích ohnisek je:

(A) 4

(B) 6

(C) 8

(D) 9

(E) Žádná z možností (A) až (D) není správně.

26.

Tři vrcholy kosočtverce $ABCD$ jsou v bodech $A [0; 0]$, $B [5; 0]$, $C [9; 3]$. Přímka BD protne osu y v bodě:

(A) $[0; 16]$

(B) $[0; 15]$

(C) $[0; 14]$

(D) $[0; 12]$

(E) $[0; 9]$

27.

Jsou dány funkce

$$f : y = x^2 + 1,$$

$$g : y = a|x|,$$

kde a je reálný parametr. Grafy funkcí f a g mají společné právě dva různé body právě tehdy, je-li hodnota parametru a rovna:

(A) $a = 0$

(B) $a = \frac{1}{4}$

(C) $a = \frac{1}{2}$ nebo $a = -\frac{1}{2}$

(D) $a = 2$

(E) $a = 1$ nebo $a = -1$

28.

Pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny mají délky 1 cm, $\sqrt{8}$ cm, je vepsán do kružnice. Obsah kruhu v cm^2 omezeného touto kružnicí je:

(A) 3π

(B) 2π

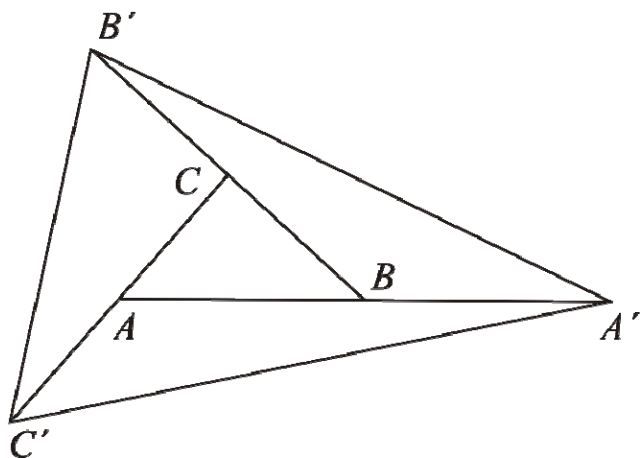
(C) $\frac{11}{4}\pi$

(D) $\frac{5}{2}\pi$

(E) $\frac{9}{4}\pi$

29. Úloha je na základě námitek a rozhodnutí VOP vyřazena z testu.

Je dán trojúhelník ABC . Bod A' je středově souměrný s bodem A podle středu B , bod B' je středově souměrný s bodem B podle středu C a bod C' je středově souměrný s bodem C podle středu A .



Obsah trojúhelníku $A'B'C'$ je větší než obsah trojúhelníku ABC :

- (A) 4krát
- (B) 5krát
- (C) 6krát
- (D) **7krát**
- (E) 8krát

30.

Zvětší-li se povrch krychle o 21 %, zvětší se její objem o:

- (A) 10,1 %
- (B) 11,0 %
- (C) 21,2 %
- (D) **33,1 %**
- (E) 42,4 %