



NÁRODNÍ SROVNÁVACÍ ZKOUŠKY

Matematika

Únor 2023

Počet účastníků: 1 116

Čistá úspěšnost: 47,0 %

Korig. úspěšnost: 48,5 %

Hrubá úspěšnost: 53,7 %

Průměrné skóre: 16,0

Medián skóre: 16,0

Počet úloh: 35

Max. možné skóre: 34,0

Max. dosažené skóre: 32,7

Min. možné skóre: -11,3

Min. dosažené skóre: -8,7

Směr. odchylka skóre: 6,6

Kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkce:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x; \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x; \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}, x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \quad \left|\cos \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos x	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \quad \frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$

kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \alpha; \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \beta; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y; \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y; \quad \log_z x^k = k \cdot \log_z x; \quad \log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Geometrická řada: $s = a_1 \cdot \frac{1}{1-q}, |q| < 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!; \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}; \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}; \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}; \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}; \quad V'(k, n) = n^k; \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

Binomická věta: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek $p_1: a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a $p_2: a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos \alpha = \frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1; m_2]$ od přímky $p: ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \frac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \frac{p}{2}; n\right]; \quad (x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \frac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádř	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

1. Úloha byla na základě rozhodnutí NOK vyřazena.

Jak dlouhá je kratší strana papíru formátu A2, pokud papír formátu A4 má tvar obdélníku s rozměry 210 mm a 297 mm? Papír formátu A3 vznikne z obdélníkového papíru formátu A2 půlením delších stran a také papír formátu A4 vznikne z obdélníkového papíru formátu A3 půlením delších stran.

- (A) 210 mm
- (B) 297 mm
- (C) **420 mm**
- (D) 594 mm

2.

Borek opraví za půl hodiny stejný počet součástek jako Andrej za patnáct minut. Společně s Tomášem, který opraví za 20 minut 4 součástky, opravili všichni tři za jednu hodinu nepřetržitě práce dohromady 60 součástek. Celkem kolik součástek by opravil sám Borek za jednu hodinu nepřetržitě práce? Všichni chlapci opravují stejné součástky a stálou rychlostí.

- (A) 18
- (B) **16**
- (C) 14
- (D) 8

3.

Která z následujících rovností odpovídá tvrzení, že b je přímo úměrné p zvětšenému o tři a nepřímo úměrné n ?

- (A) $b = \frac{p}{n} + 3$
- (B) $b = \frac{n}{p+3}$
- (C) $b = (p+3) \cdot n$

(D) $b = \frac{p+3}{n}$

4.

Na koncert prodávají dvakrát více míst ke stání než míst k sezení. Z celkové kapacity míst je prodána čtvrtina míst ke stání a polovina míst k sezení. Jaký je celkový počet míst v koncertním sále, jestliže prozatím zbývá neprodaných celkem 1 000 míst?

- (A) 4 000
- (B) 3 000
- (C) **1 500**
- (D) 1 000

5.

Cyklista vyrazil v 9.30 na výlet z chaty k přehradě, zpět na chatě byl 10 minut po poledni. Cesta k přehradě mu trvala třikrát déle než cesta zpět, u přehrady se zdržel desetinu z celkového času výletu. V kolik hodin dorazil k přehradě?

- (A) v 11.08
- (B) v 11.18**
- (C) v 11.30
- (D) v 11.32

6.

Kolikrát je 600 větší než 0,03?

- (A) 200krát
- (B) 2 000krát
- (C) 5 000krát
- (D) 20 000krát**

7.

Pro kterou z následujících definic operace $\clubsuit$ platí, že $5\clubsuit 3 = 25$?

- (A) $a\clubsuit b = a \cdot b$
- (B) $a\clubsuit b = a \cdot b + 3$
- (C) $a\clubsuit b = a - b + a \cdot b$
- (D) $a\clubsuit b = (2b - a) \cdot 25$**

8.

Kterou z nabídnutých částí výrazu je možné doplnit do následujícího vztahu na místo vyznačené otazníkem, aby platila rovnost?

$$4 + \frac{14 \quad ? \quad 4}{3} = 16$$

(A) $+\left(\frac{5}{2} + 0,5\right) \cdot$

(B) $+10 + 3 \cdot$

(C) $\cdot \frac{18}{6} - 4 :$

(D) $\cdot 1 + 6 \cdot$

9.

Věře je V let, Pavlovi je P let. Platí vztah:

$$V + 5 = P - 5$$

Které z následujících tvrzení odpovídá uvedenému vztahu?

- (A) Před pěti lety bylo Věře i Pavlovi stejně let.
- (B) Pavel je o pět let mladší než Věra.
- (C) Pavlovi bylo před pěti lety tolik let, kolik bude Věře za pět let.**
- (D) Věře bylo před pěti lety tolik let, kolik bude Pavlovi za pět let.

10.

Firma má F brigádníků, z nichž R přišlo na ranní směnu. Jednu hodinu z ranní směny brigádníci připravovali stroje a ve zbylém čase každý brigádník zpracoval 100 položek za každou hodinu. Ranní směna trvala H hodin a brigádníci během ní zpracovali celkem P položek. Která z následujících rovností uvedenou situaci popisuje?

- (A) $(F - R) \cdot (H - 1) \cdot 100 = P$
- (B) $(F - R) \cdot H \cdot 100 = P$
- (C) $(F + R) \cdot (H - 1) = P \cdot 100$
- (D) $R \cdot (H - 1) \cdot 100 = P$

11.

Třetina z čísla 9^{202} je:

- (A) 3^{198}
- (B) 3^{201}
- (C) 3^{403}
- (D) 9^{101}

12.

Nejméně kolik cifer čísla 5432112345 musíme odstranit, aby bylo nově vzniklé číslo (rozdílné od zadaného čísla) dělitelné patnácti?

- (A) jednu
- (B) dvě
- (C) tři
- (D) čtyři

13.

Martin koupil velký sad a každý den v dubnu šel prořezat stromy. Každý den prořezal přesně stejný počet stromů. 1. května před prořezáním zjistil, že mu zbývá ještě čtvrtina stromů neprořezaných. O kolik dní dříve by musel začít prořezávat, aby měl na konci dubna už hotový celý sad?

- (A) o 5 dnů
- (B) o 9 dnů
- (C) o 10 dnů
- (D) o 15 dnů

14.

Čtyři hráči hry mají po dvou kartách s čísly, jak je uvedeno v následující tabulce.

Hráč	Číslo na kartách hráče
Ondra	10, 1
Pavla	9, 3
Radek	5, 4
Stela	3, 2

Každý hráč nyní postupně porovná každou ze svých karet se všemi kartami protihráčů. Při každém porovnání získá majitel karty s vyšším číslem bod (při rovnosti čísel na kartách nezískává bod nikdo). Porovnání každé dvojice karet se provede jen jednou. Kdo získá nejvíce bodů a kolik to bude?

- (A) Pavla, 7 bodů
- (B) Pavla, 8 bodů
- (C) Ondra, 8 bodů
- (D) **Radek, 8 bodů**

15.

Je dána funkce

$$f: y = ax^2 + bx,$$

kde a, b jsou pevně daná reálná čísla a x je proměnná.

Pro $x = 2$ je $y = 2$ a pro $x = 3$ je $y = 9$. Pro $x = 4$ je y rovno:

- (A) 12
- (B) **20**
- (C) 34
- (D) 46

16.

Kolik průsečíků mají funkce $f: y = \cos 2x$ a $g: y = \frac{\sin x}{2}$ na intervalu $\langle -\pi; \pi \rangle$?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) **4**

17.

Počet celočíselných řešení nerovnice

$$\log(x - 2) + \log(x + 1) \leq 1$$

je:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) **více než 3**

18.

Řešením rovnice

$$|x - |x - 1|| = 1$$

v množině $\mathbb{R}$ je množina:

- (A) $\{0\} \cup \langle 1, +\infty \rangle$
- (B) $(-1, 0) \cup \langle 1, +\infty \rangle$
- (C) $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- (D) $\langle 0, 1 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$

19.

Je-li $f: y = x^2 + bx + c$, $f(1) < 0$ a $f(-1) < 0$ a označíme-li $D = b^2 - 4c$, je:

- (A) $c > 0, D > 0$
- (B) $c > 0, D < 0$
- (C) $c < 0, D > 0$
- (D) $c < 0, D < 0$

20.

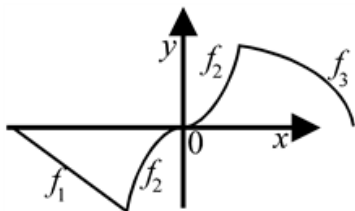
Pro funkci f platí:

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}, \quad f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Funkce f může být:

- (A) sinus
- (B) kosinus
- (C) tangens
- (D) kotangens

21.



Na obrázku jsou znázorněny grafy funkcí f_1, f_2, f_3 , přičemž funkce f_1, f_2 mají společný jeden bod a taktéž funkce f_2, f_3 . Tyto grafy mohou znázorňovat části grafů funkcí:

- (A) f_1 – konstantní, f_2 – kvadratická, f_3 – kubická
- (B) f_1 – konstantní, f_2 – kubická, f_3 – kvadratická
- (C) f_1 – lineární, f_2 – odmocnina, f_3 – kubická
- (D) f_1 – lineární, f_2 – kubická, f_3 – odmocnina

22.

Součet všech lichých čísel ležících v uzavřeném intervalu $\langle 10, 90 \rangle$ je:

- (A) 1998
- (B) 2000
- (C) 2002
- (D) 2004

23.

Součet prvních n členů posloupnosti (a_n) s n -tým členem

$$a_n = 2 \cdot 3^{-n} \text{ je:}$$

(A) $\frac{3^n - 1}{2 \cdot 3^n}$

(B) $2 \cdot \frac{3^n - 1}{3^n}$

(C) $\frac{3^n - 1}{3^n}$

(D) $\frac{3^{n+1} - 1}{3^n}$

24.

Pavel první den vhodil do hracího automatu 5 Kč. Druhý den tam vhodil 10 Kč, třetí den 15 Kč a takto denní částku dále zvyšoval vždy o 5 Kč, a to až do 20. dne včetně. V průběhu těchto dní pětkrát vyhrál 100 Kč. Po 20 dnech je Pavlova hráčská bilance:

(A) Pavel má o 250 Kč více než na začátku.

(B) Pavel má stejně Kč jako na začátku.

(C) Pavel má o 250 Kč méně než na začátku.

(D) Pavel má o 550 Kč méně než na začátku.

25.

Nerovnici $\frac{x-1}{x+2} < 1$ vyhovují právě všechna x z intervalu:

(A) $(-1, 2)$

(B) $(-2, 1)$

(C) $(1, \infty)$

(D) $(-2, \infty)$

26.

Kořenem rovnice $0,3^x = 11\frac{1}{9}$ je číslo:

(A) 3

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) -2

27.

Čemu je roven tento výraz pro všechna přirozená čísla $k \geq 2$?

$$\binom{k}{k-2} - \frac{k!}{(k-2)!}$$

(A) 0

(B) $k(k-1)$

(C) $\frac{k(k-1)}{2}$

(D) $\frac{k(1-k)}{2}$

28.

Máme těleso složené ze dvou těles: pravidelného sedmibokého jehlanu, který je umístěn na pravidelný sedmiboký hranol tak, že obě tělesa mají shodné podstavy. Náhodně vybereme jednu stěnu tělesa. Jaká je pravděpodobnost, že jsme vybrali stěnu ve tvaru čtyřúhelníku?

(A) $\frac{7}{15}$

(B) $\frac{8}{15}$

(C) $\frac{8}{16}$

(D) $\frac{9}{15}$

29.

Kolika způsoby lze sestavit věž z pěti žlutých a čtyř modrých kostek tak, aby každá žlutá kostka sousedila s alespoň jednou další žlutou kostkou? Žluté kostky jsou nerozlišitelné a stejně tak modré kostky.

(A) 15

(B) 20

(C) 25

(D) 30

30.

Kolik existuje způsobů, kterými lze z čísel

1, 2, 3, ..., 14

vybrat dvě různá čísla tak, aby jejich rozdíl byl sudý?

(A) 28

(B) 34

(C) 42

(D) 72

31.

V pravoúhlém trojúhelníku KLM s pravým úhlem u vrcholu K je S střed kružnice jemu vepsané. Velikost úhlu LSM je:

- (A) 110°
- (B) 120°
- (C) 125°
- (D) 135°

32.

Platí-li v trojúhelníku ABC se stranami a, b, c a vnitřními úhly α, β, γ rovnost $a^2 + b^2 = c^2 - ab$, má úhel γ velikost:

- (A) $\frac{\pi}{3}$
- (B) $\frac{2\pi}{3}$
- (C) $\frac{3\pi}{4}$
- (D) $\frac{5\pi}{6}$

33.

Otočíme-li v rovině elipsu danou rovnicí

$$4x^2 + 9y^2 + 32x - 36y + 64 = 0$$

o 90° (po směru chodu hodinových ručiček) kolem jejího středu, získáme elipsu, jež má rovnici:

- (A) $\frac{(x-2)^2}{6} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$
- (B) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$
- (C) $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$
- (D) $\frac{(x+4)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

34.

V pravidelném čtyřbokém jehlanu má podstavná hrana délku a a pobočná hrana má od roviny podstavy odchylku α . Objem jehlanu je:

- (A) $\frac{1}{6} a^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha$
- (B) $\frac{1}{4} a^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha$
- (C) $\frac{1}{3} a^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha$
- (D) $\frac{1}{2} a^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha$

35.

Jsou dány dvě přímky

$$p_1 : x + y = 3 ,$$

$$p_2 : x - y + 1 = 0 .$$

Přímku vedenou jejich průsečíkem ve směru vektoru $\vec{v} = (2; 1)$

lze popsat rovnicí:

(A) $-x + y = 1$

(B) $2x + y - 4 = 0$

(C) $x - 2y + 3 = 0$

(D) $-x + 2y - 5 = 0$