Matematika

Marec 2024

Počet účastníků: 999
Čistá úspěšnost: 41,9 %
Korig. úspěšnost: 42,5 %
Hrubá úspěšnost: 50,0 %
Průměrné skóre: 14,7
Medián skóre: 15,0

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 33,7
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -5,0
Směr. odchylka skóre: 6,8

Rozdiel množín *A* a *B*: $A \setminus B$ prípadne $A - B$

Kvadratická rovnica: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1,\ x \neq k \cdot \dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x},\ x \neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x},\ x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\left|\sin \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 - \cos x}{2}}$; $\left|\cos \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: sínusová veta: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a} = \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosínusová veta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$; $\log_z x^k = k \cdot \log_z x$; $\log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; $s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$ **Geometrický rad:** $s = a_1 \cdot \dfrac{1}{1-q},\ |q| < 1$

Rozklad na súčin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \ldots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$; $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k} + \dbinom{n}{k+1} = \dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}$; $V'(k,n) = n^k$; $C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k} = \dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická veta: $(a+b)^n = a^n + \dbinom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dbinom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots + \dbinom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometria: veľkosť vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosínus odchýlky α priamok p_1: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a p_2: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos\alpha = \dfrac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \dfrac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Stredový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnica paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m),\ F\left[m \pm \dfrac{p}{2}; n\right]$; $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n),\ F\left[m; n \pm \dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy telies:

	Kváder	Valec	Ihlan	Kužeľ	Guľa
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

Matematika

1.

O koľko je zlomok, ktorý vznikne zo zlomku $\frac{3}{4}$ pričítaním jednotky k čitateľovi aj k menovateľovi, väčší, alebo menší než $\frac{3}{4}$?

(A) menší o 1
(B) je rovnako veľký
(C) **väčší o** $\frac{1}{20}$
(D) menší o $\frac{1}{20}$

2.

Zdenka ubehne stálou rýchlosťou 2 kilometre za z minút. Viera ubehne stálou rýchlosťou 4 kilometre za v minút. Platí:

$$\frac{z}{v} = 2$$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení vyplýva z uvedeného vzťahu?

(A) Zdenka beží rovnako rýchlo ako Viera.
(B) Zdenka beží dvakrát rýchlejšie ako Viera.
(C) Zdenka beží dvakrát pomalšie ako Viera.
(D) **Viera beží štyrikrát rýchlejšie ako Zdenka.**

3.

Operácia @ je definovaná vzťahom:

$A \mathbin{@} B = 5A + 5B$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení platí pre hodnotu výrazu (1 @ 2) @ 3?

(A) Je rovnaká ako hodnota výrazu 1 @ (2 @ 3).
(B) Je záporná.
(C) Rovná sa 18.
(D) **Rovná sa 90.**

4.

Koľkokrát je obsah štvorca s dĺžkou strany 6π cm väčší ako obsah kruhu s priemerom 6 cm?

(A) 2krát
(B) 6krát
(C) **4πkrát**
(D) 6πkrát

5.

Martin si na brigáde zarobil štyrikrát viac ako Adam a trikrát viac ako Adam a František dokopy. Celkom koľko korún si zarobili všetci traja dokopy, ak si Martin zarobil o 22 000 korún viac ako František?

(A) 30 000 korún
(B) **32 000 korún**
(C) 36 000 korún
(D) 44 000 korún

6.

Jarka sa učila na skúšku. Od chvíle, kedy jej do konca učenia zostávali tri pätiny stanoveného času, do chvíle, kedy jej zostávala už len tretina stanoveného času, ubehlo 16 minút. Celkom ako dlho sa učila?

(A) 2 hodiny
(B) **1 hodinu**
(C) pol hodiny
(D) Žiadna zo zvyšných odpovedí nie je správna.

7.

V reštaurácii majú rozdielny počet stolov vo vnútri (počet stolov vo vnútri označme u) a na terase (počet stolov na terase označme t). Platí:

$$\frac{1}{3}t = \frac{1}{2}u$$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení vyplýva z uvedeného vzťahu?

(A) **Vo vnútri je o tretinu menej stolov ako na terase.**
(B) Vo vnútri je o polovicu viac stolov ako na terase.
(C) Na terase je o dve tretiny viac stolov ako vo vnútri.
(D) Vo vnútri je o dve tretiny viac stolov ako na terase.

8.

Aneta má na vysvedčení x jednotiek, y dvojok a z trojok, pričom platí:

$x > 2y$

$z = x + 3$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení vyplýva z uvedených vzťahov?

(A) Aneta má jednotiek o 3 viac než trojok.
(B) Ako dvojok, tak trojok má Aneta menej, než koľko má jednotiek.
(C) Aneta má viac trojok než dvojok, ale najviac o 3.
(D) **Anetin počet trojok je viac než dvojnásobkom jej počtu dvojok.**

9.

Každý utorok a piatok polieva školník behom školského roka kvety v škole. Koľkokrát musí polievať behom prvého polroka od 1. septembra do 31. januára, ak polrok začína v stredu?

(A) 45krát
(B) 44krát
(C) **43krát**
(D) 42krát

10.

Jedna figúrka kravy má hodnotu dvoch figúrok oviec, jedna figúrka ovce má hodnotu dvoch figúrok sliepok. Máme štyri figúrky sliepok, tri figúrky oviec a dve figúrky kráv, ale tri figúrky nám budú odobrané. Aká je po odobraní figúrok minimálna a maximálna možná celková hodnota zvyšných figúrok po prepočte na sliepky?

(A) minimálna 6, maximálna 15
(B) minimálna 6, maximálna 18
(C) **minimálna 8, maximálna 15**
(D) minimálna 8, maximálna 18

11.

Obdĺžniková fotografia mala pôvodne pomer šírky a výšky 16 : 9. Na ľavom okraji sme odrezali jednu osminu pôvodnej šírky, potom sme na pravom okraji odrezali jednu sedminu novej šírky. Akú časť pôvodnej výšky máme teraz odrezať na hornom okraji, aby potom mal zvyšok fotografie pomer šírky a výšky 4 : 3?

(A) **žiadnu**
(B) jednu šestnástinu
(C) jednu dvanástinu
(D) jednu devätinu

12.

Ak rozložíme číslo 320 000 na súčin prvočísiel, koľkokrát sa v tomto súčine bude vyskytovať číslo 2?

(A) päťkrát
(B) sedemkrát
(C) **deväťkrát**
(D) jedenásťkrát

13.

Martin povedal: „Ak je číslo deliteľné dvomi a zároveň tromi, potom toto číslo nie je prvočíslo.“

Ktorá z nasledujúcich možností obsahuje výrok, ktorý je ekvivalentný uvedenému výroku?

(A) Ak je číslo prvočíslo, potom nie je deliteľné dvomi a zároveň nie je deliteľné tromi.
(B) Ak číslo nie je prvočíslo, potom je deliteľné dvomi a zároveň tromi.
(C) **Číslo nie je deliteľné dvomi alebo nie je deliteľné tromi alebo nie je prvočíslo.**
(D) Číslo je prvočíslo alebo je deliteľné dvomi alebo tromi.

14.

Sú dané množiny

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

Ak je C množina taká, že platí

$(A \setminus C) \cup (C \setminus B) = \{1, 2, 3, 5, 7\}$,

potom najmenší možný počet prvkov množiny C je:

(A) 0
(B) 1
(C) **2**
(D) Žiadna taká množina C neexistuje.

15.

O dvojici prirodzených čísel a, b vieme, že

1. a je deliteľom b^2, ale nie je deliteľom b,

2. b je deliteľom $a + 2$.

Potom súčet $a + b$ môže byť:

(A) 2
(B) 4
(C) **6**
(D) 8

16.

Biela korálka stojí 2 koruny a čierna 3 koruny. Máme kúpiť presne trikrát viac bielych korálok než čiernych a maximálne môžeme utratiť 100 korún. Najviac koľko korálok môžeme kúpiť celkom?

(A) 33
(B) 36
(C) 40
(D) **44**

17.

Pre ktoré všetky hodnoty reálneho parametra p nebude rovnici $\sqrt{2t+p}+1=t$ vyhovovať žiadne reálne číslo t?

(A) **len pre všetky** $p < -3$
(B) len pre všetky $p < -2$
(C) len pre všetky $p > 2$
(D) len pre všetky $p > 3$

18.

Čo musíme dosadiť za #, aby platila rovnosť

$$\frac{2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1}{\#} = 2x^2 - x + 1\,?$$

(A) $x^2 + 1$
(B) $x^4 + 1$
(C) $x^2 - 1$
(D) $x^2 + 2$

19.

Jozef a Karol opravovali každý samostatne chybné výrobky. Zmenu zahájili súčasne, oprava prvého výrobku trvala Jozefovi minútu a Karolovi dve minúty. Oprava každého ďalšieho výrobku vždy bezprostredne nadväzovala na predchádzajúcu a Jozefovi aj Karolovi trvala vždy o dve minúty dlhšie ako jeho oprava predchádzajúceho výrobku. Zmena skončila, keď Jozef dokončil opravu výrobku trvajúcu 39 minút. Koľko celkom opravených výrobkov mal v tú dobu Karol?

(A) 15
(B) 16
(C) 18
(D) **19**

20.

Koľko existuje riešení rovnice

$$\sin 2x = -\cos x$$

na intervale $\langle 0; 2\pi \rangle$?

(A) 2
(B) 3
(C) **4**
(D) 5

21.

1. Funkcia $y = x + 1$ je funkciou inverznou k funkcii $y = -x + 1$.
2. Funkcia $y = |||x - 1| - 1| - 1|$ je funkcia periodická.
3. Funkcia $y = |x|$ je funkcia prostá.

Koľko z troch vyššie uvedených tvrdení je pravdivých?

(A) **práve 0**
(B) práve 1
(C) práve 2
(D) práve 3

22.

Funkcia f má práve dva nulové body a platí $f(0) = 1$. Predpis funkcie f, ktorý uvedené podmienky spĺňa, je:

(A) $y = x^2 - x + 1$
(B) $y = |x| - 1$
(C) $\boldsymbol{y = |x - 2| - 1}$
(D) $y = |x + 1| - 1$

23.

Je dané nenulové celé číslo a také, že pre každé nenulové celé číslo b platí

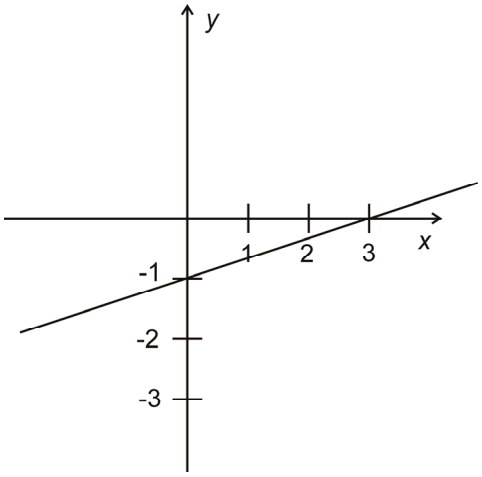
$$b^a = |b|^a$$

Potom je možné s istotou povedať, že číslo a je:

(A) kladné
(B) záporné
(C) **párne**
(D) nepárne

24.

Určte predpis funkcie, ktorej graf je zostrojený na obrázku.



(A) $y = \frac{1}{3}x + 1$

(B) $y = -\frac{1}{3}x + 1$

(C) $y = -\frac{1}{3}x - 1$

(D) $y = \frac{1}{3}x - 1$

25.

V rovnici

$\log x - \log 2 = \log 5 + \log 3$

sa x rovná:

(A) 7,5
(B) 10
(C) 15
(D) **30**

26.

Pre množinu M všetkých riešení nerovnice

$$\frac{4x+1}{x^2-1} > \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}$$

platí:

(A) $M = (1; \infty)$
(B) $M = (-\infty; -1)$
(C) $\boldsymbol{M = (-\infty; -1) \cup (1; \infty)}$
(D) $M = (-1; 1)$

27.

V geometrickej postupnosti (b_n) je $b_1 = \sqrt{3}$, $b_3 = 2\sqrt{3}$. Súčet jej prvých ôsmich členov môže byť:

(A) $15\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)$

(B) $15\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$

(C) $16\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)$

(D) $16\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$

28.

V dlhodobej súťaži sa mal každý tím stretnúť raz s každým z ostatných tímov. Jeden z tímov sa však behom súťaže rozpadol a posledné štyri plánované zápasy už neodohral. Celkom sa preto odohralo len 62 zápasov. Koľko tímov bolo na začiatku súťaže?

(A) 10
(B) 11
(C) **12**
(D) 13

29.

Električka prichádza na zastávku každých 8 minút. Predpokladajme, že prídeme na zastávku náhodne – nepozeráme sa na čas. Aká je šanca, že budeme na električku čakať 6 minút alebo viac?

(A) **25 %**
(B) 40 %
(C) 50 %
(D) 75 %

30.

Základná hokejová formácia sa skladá vždy z dvoch obrancov, dvoch krídel a jedného centra. V mužstve je 7 obrancov, 5 krídel a 3 centri. Koľkými rôznymi spôsobmi je možné zostaviť formáciu z daných hráčov tak, aby každý bol na správnej pozícii?

(A) 34 spôsobmi
(B) 68 spôsobmi
(C) **630 spôsobmi**
(D) 5 040 spôsobmi

31.

V rovnoramennom trojuholníku so základňou AB a vrcholom C platí, že pomer výšky na základňu k dĺžke ramena je 4 : 5. Akú hodnotu má $\sin\gamma$, kde γ je vnútorný uhol trojuholníka pri vrchole C?

(A) $\frac{12}{25}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{24}{25}$

32.

Pre akú hodnotu polomeru k platí, že obsah štvorca vpísaného kružnici $x^2 + y^2 = k^2$ sa rovná 8?

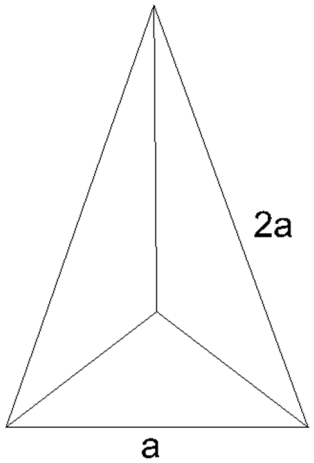
(A) **2**
(B) 2,5
(C) 3
(D) 4

33.

Uhly v trojuholníku sú v pomere 1 : 2 : 3. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o danom trojuholníku **nie je** pravdivé?

(A) Jeden z uhlov je práve dvakrát väčší než niektorý z dvoch zvyšných uhlov.
(B) Ak tomuto trojuholníku opíšeme kružnicu, bude jedna zo strán priemerom kružnice.
(C) **Tento trojuholník sa dá zostrojiť tak, aby aj jeho strany boli v pomere 1 : 2 : 3.**
(D) Trojuholník je pravouhlý.

34.



Pravidelný trojboký ihlan s podstavnou hranou dĺžky a a bočnou hranou dĺžky $2a$ má vzdialenosť ťažiska podstavy a ťažiska bočnej steny rovnú:

(A) $\frac{2}{3}a$

(B) $\frac{a}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2a$

35.

Množina všetkých bodov v rovine, ktoré majú od počiatku sústavy súradníc trikrát väčšiu vzdialenosť než od priamky p: $y = 1$, je:

(A) parabola
(B) **hyperbola**
(C) kružnica
(D) elipsa