Matematika

Marec II 2024

Počet účastníků: 1055
Čistá úspěšnost: 40,8 %
Korig. úspěšnost: 41,9 %
Hrubá úspěšnost: 48,8 %
Průměrné skóre: 14,3
Medián skóre: 14,3

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 33,7
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -7,7
Směr. odchylka skóre: 7,1

Rozdiel množín *A* a *B*: $A \setminus B$ prípadne $A - B$

Kvadratická rovnica: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1,\ x \neq k \cdot \dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x},\ x \neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x},\ x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\left|\sin \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 - \cos x}{2}}$; $\left|\cos \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin *x*	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos *x*	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: sínusová veta: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a} = \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosínusová veta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$; $\log_z x^k = k \cdot \log_z x$; $\log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; $s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$ **Geometrický rad:** $s = a_1 \cdot \dfrac{1}{1-q},\ |q| < 1$

Rozklad na súčin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \ldots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$; $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k} + \dbinom{n}{k+1} = \dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$; $V'(k,n) = n^k$; $C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k} = \dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická veta: $(a+b)^n = a^n + \dbinom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dbinom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots + \dbinom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometria: veľkosť vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosínus odchýlky α priamok p_1: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a p_2: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos\alpha = \dfrac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \dfrac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Stredový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnica paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \dfrac{p}{2}; n\right]$; $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy telies:

	Kváder	Valec	Ihlan	Kužeľ	Guľa
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

Matematika

1.

Ktoré z nasledujúcich čísiel dostaneme, keď od čísla opačného k číslu mínus štyri odčítame 2 a výsledok vynásobíme mínus piatimi?

(A) −30
(B) −10
(C) 10
(D) 30

2.

Eva v sobotu prešla za 5 hodín a 30 minút celkom 22 km. Jana behom soboty zabehla za 3 hodiny a 40 minút celkom 33 km. V akom pomere sú priemerné rýchlosti Evy a Jany?

(A) 1 : 2
(B) 2 : 3
(C) 4 : 9
(D) Žiadna zo zvyšných odpovedí nie je správna.

3.

Pred rokom bol Jano dvakrát starší než Lenka. O päť rokov bude Jano o polovicu starší než Lenka. Koľko rokov má Lenka?

(A) 6
(B) 7
(C) 8
(D) 9

4.

Myslím si číslo. Keď od neho odčítam jeho jednu tretinu, výsledok vynásobím ôsmimi, získaný súčin vydelím tromi a číslo, ktoré mi vyšlo, odmocním, dostanem číslo štyri. Aké bolo pôvodné myslené číslo?

(A) 3
(B) 6
(C) 9
(D) 12

5.

Operácia @ je definovaná vzťahom x @ $y = 2x + 3y - 7$. Čomu sa rovná (−1) @ 1?

(A) 2
(B) −2
(C) −6
(D) −12

6.

Blanka chce v bistre kúpiť 60 chlebíčkov: štvrtinu kaviárových a zvyšok vajíčkových. Jeden vajíčkový stojí 20 korún, jeden kaviárový 40 korún. Na ISIC kartu môže využiť jednu zo zliav: zľavu na všetky chlebíčky vo výške 5 %, zľavu na kaviárové chlebíčky vo výške 10 %, alebo zľavu na vajíčkové chlebíčky vo výške 20 %.

S ktorou zľavou by Blanka zaplatila za jednorazový nákup chlebíčkov celkom najmenej a s ktorou najviac?

(A) najmenej so zľavou na kaviárové chlebíčky, najviac so zľavou na všetky chlebíčky
(B) najmenej so zľavou na kaviárové chlebíčky, najviac so zľavou na vajíčkové chlebíčky
(C) najmenej so zľavou na vajíčkové chlebíčky, najviac so zľavou na všetky chlebíčky
(D) **najmenej so zľavou na vajíčkové chlebíčky, najviac so zľavou na kaviárové chlebíčky**

7.

Na farme je S sliepok a K kačíc. Platí nasledujúci vzťah:

$3S = 2K + 100$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení vyplýva z uvedeného vzťahu?

(A) **Trojnásobok počtu sliepok je o 100 väčší než dvojnásobok počtu kačíc.**
(B) Trojnásobok počtu sliepok je o 100 menší než dvojnásobok počtu kačíc.
(C) Počet sliepok je trikrát väčší než počet kačíc.
(D) Počet sliepok je dvakrát väčší než počet kačíc.

8.

Vlak má 4 vagóny. Každý vagón okrem prvého vezie o 10 % viac nákladu než vagón zapojený pred ním. O koľko percent viac nákladu vezie posledný vagón oproti druhému?

(A) o 10 %
(B) o 20 %
(C) **o 21 %**
(D) o 33 %

9.

Je daný pravouhlý trojuholník ABC s preponou dĺžky 5 cm a dlhšou odvesnou dĺžky 4 cm a štvorec $KLMN$, ktorého obvod je rovnako veľký ako obvod trojuholníka ABC. O koľko väčší či menší obsah má štvorec $KLMN$ oproti trojuholníku ABC?

(A) o 2 cm^2 menší
(B) o 3 cm^2 menší
(C) **o 3 cm^2 väčší**
(D) o 4 cm^2 väčší

Matematika

10.

Funkcia f je definovaná vzťahom $f(x) = 3x - 3$. Ktorý interval obsahuje všetky x, pre ktoré je hodnota funkcie $f(x - 9)$ kladná?

(A) $(-\infty; 10)$
(B) $(-10; 0)$
(C) $(0; 10)$
(D) **$(10; \infty)$**

11.

V ktorej z nasledujúcich možností **nie je** záver logicky správne odvodený z predpokladu a pozorovania?

(A) Predpoklad: ak je vták červený, je to papagáj. Pozorovanie: vták nie je papagáj. Záver: vták nie je červený.
(B) **Predpoklad: ak je kvet biely, je to narcis. Pozorovanie: kvet nie je biely. Záver: kvet nie je narcis.**
(C) Predpoklad: huba je hríb, práve keď má hnedý klobúk. Pozorovanie: huba nie je hríb. Záver: huba nemá hnedý klobúk.
(D) Predpoklad: aspoň v jednej z dvojíc Adam-Eva a Peter-Mária sú obaja vyšší než 170 cm. Pozorovanie: Peter meria 168 cm a Mária 171 cm. Záver: Adam je vyšší než 170 cm.

12.

Mapa má mierku 1 : 5 000. Vyznačená trasa na mape meria 7 cm. Aká dlhá je vyznačená trasa v skutočnosti?

(A) **0,35 km**
(B) 3,5 km
(C) 35 km
(D) 350 km

13.

Plot okolo areálu má tvar štvoruholníka s dĺžkami strán 126 m, 210 m, 252 m a 420 m. V jeho vrcholoch a po celom plote majú byť rozmiestnené bezpečnostné kamery, pričom vzdialenosť medzi susednými kamerami má byť vždy rovnaká. Aký najmenší počet kamier môže byť v súlade s uvedenými podmienkami rozmiestnený?

(A) 12
(B) **24**
(C) 42
(D) 84

Matematika

14.

Pavol a Zdeno písali test s piatimi otázkami, v každej otázke bola práve jedna z možností A–E správne. Za správnu odpoveď sa 1 bod pričítal, za nesprávnu odpoveď sa 1 bod odčítal (celkový počet bodov mohol nadobudnúť zápornú hodnotu). Ich odpovede sú zaznamenané v nasledujúcej tabuľke:

	1.	2.	3.	4.	5.
Pavol	A	B	C	E	D
Zdeno	A	D	A	A	A

V každej otázke aspoň jeden z nich odpovedal správne. Aký mohol byť rozdiel bodov, ktoré v teste Pavol a Zdeno získali?

(A) len 0
(B) len ktorýkoľvek z počtov bodov 0, 2, 4
(C) len ktorýkoľvek z počtov bodov 0, 4, 8
(D) len ktorýkoľvek z počtov bodov 0, 2, 6, 10

15.

Sú dané prirodzené čísla a, b, c, d také, že platia nasledujúce rovnosti množín:

$(\{1; a\}\setminus\{b\}) \cup (\{2; c\}\setminus\{d\}) = \{3\} = (\{1; a\}\setminus\{b\}) \cap (\{2; c\}\setminus\{d\})$

Potom súčet $a + b + c + d$ sa rovná:

(A) 6
(B) 9
(C) 12
(D) 15

16.

Pre všetky kladné reálne čísla a, b platí:

$$\frac{a^{12}}{b^{10}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{b^3}}{b^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a}} = a^p \cdot b^q$$

Akú hodnotu má súčet $p + q$?

(A) 1,5
(B) 2
(C) 2,5
(D) 3

17.

Je daná funkcia $f(x) = x^a$, kde a je reálne číslo.

Platí, že $f(1) = 1$ a $f(-1) = -1$.

Ktoré z nasledujúcich tvrdení určite **neplatí**?

(A) $a < 0$
(B) a leží v intervale (0; 1)
(C) *a* je párne číslo
(D) a je nepárne číslo

Matematika

18.

Koľko existuje štvorciferných násobkov čísla 9?

(A) 998
(B) 999
(C) 1000
(D) 1001

19.

Množina všetkých riešení rovnice

$$\sin 2x \cdot \cos 2x + 1 = 0$$

je množina:

$\boxed{\textbf{(A)}\ \varnothing}$

(B) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$

(C) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi\right\}$

(D) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\{2k\pi\}$

20.

1. Funkcia $y = \cos x$ je párna.
2. Funkcia $y = \cos x - \sin x$ má najmenšiu periódu menšiu než π.
3. Funkcia $y = \sin x - \sin x$ je konštantná.

Koľko z troch vyššie uvedených tvrdení je pravdivých?

(A) práve 0
(B) práve 1
(C) práve 2
(D) práve 3

21.

Graf funkcie

$$y = |2x + 3 + 7x - 2| - 7x + 2$$

má spoločný bod s osou x v intervale:

(A) $(-\infty; -1)$
(B) $\langle -1; 1\rangle$
(C) $(1; \infty)$
(D) Graf funkcie nemá spoločný bod s osou x.

22.

Riešením nerovnice

$$2x - \sqrt{x^2} - 2 \geq 0$$

je množina:

(A) $(-\infty; 2\rangle$

(B) $\langle \frac{2}{3}; 2\rangle$

(C) $\langle \frac{2}{3}; \infty)$

$\boxed{\textbf{(D)}\ \langle 2; \infty)}$

Matematika

23.

Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii

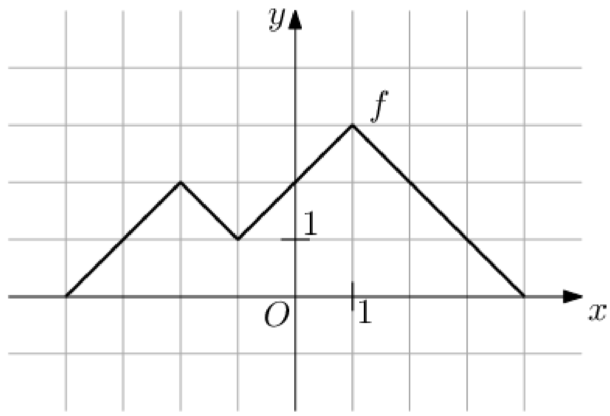
$f : y = \log_{\frac{3}{4}} x - 1$

je pravdivé?

(A) Obor hodnôt funkcie *f* je interval $(-\infty; -1)$.
(B) **Funkcia *f* je klesajúca.**
(C) Priesečník grafu funkcie *f* s osou *x* neexistuje.
(D) Graf funkcie *f* prechádza bodom $B[2; -1]$.

24.

Na obrázku je znázornený graf funkcie *f*.



Hodnoty $x \in \langle -4; 4 \rangle$, pre ktoré platí $f(x) \geq f(2)$, tvoria množinu:

(A) $\langle 0;2 \rangle$
(B) $\langle 2;4 \rangle$
(C) $\boldsymbol{\{-2\} \cup \langle 0;2 \rangle}$
(D) $\emptyset$

25.

Rovnica

$4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$

má riešenie v intervale:

(A) $\boldsymbol{(-\infty; -1\rangle}$
(B) $(-1; 0\rangle$
(C) $(0; 1\rangle$
(D) $(1; \infty)$

26.

V aritmetickej postupnosti (a_n) je $a_{10} = 32$, $a_{20} = 62$. Jej prvý člen sa rovná:

(A) 3,5
(B) 4
(C) 4,5
(D) **5**

Matematika

27.

V postupnosti (a_n) je pre všetky n ≥ 1 člen a_{n+1} o 3 % väčší než člen a_n. Ak je $a_1 = 100$, potom člen a_{25} sa rovná:

(A) **$100 \cdot 1{,}03^{24}$**
(B) $100 \cdot 1{,}03^{25}$
(C) $100 \cdot 24 \cdot 1{,}03$
(D) $100 \cdot 25 \cdot 1{,}03$

28.

Počas prípravy na prijímacie skúšky riešila Jana úlohy z matematiky a úlohy z fyziky. Dokopy vyriešila správne 80 % zo všetkých úloh. Úlohy z matematiky tvorili 60 % zo všetkých úloh a z nich vyriešila správne päť šestín. Aký podiel úloh z fyziky vyriešila Jana správne?

(A) tri pätiny
(B) dve tretiny
(C) **tri štvrtiny**
(D) štyri pätiny

29.

V triede je 24 študentov, z ktorých 20 študuje chémiu a 10 študuje biológiu. Každý študent z triedy študuje aspoň jeden z týchto predmetov a niektorí študenti študujú oba predmety. Náhodne vyberieme jedného študenta z triedy. Pravdepodobnosť, že tento študent študuje len chémiu, alebo len biológiu, sa rovná:

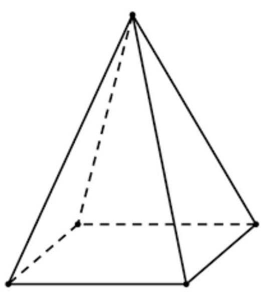
(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{5}{6}$

30.



Koľkými rôznymi spôsobmi je možné zafarbiť pravidelný štvorboký ihlan piatimi konkrétnymi farbami, a to každú stenu a podstavu inou farbou? Dve zafarbenia sa považujú za totožné, ak získame jedno z druhého natočením ihlanu.

(A) 20
(B) **30**
(C) 60
(D) 64

Matematika

31.

Dĺžku strany pravidelného šesťuholníka označme d a dĺžku ktorejkoľvek z jeho najdlhších uhlopriečok označme u. V ktorom z nasledujúcich intervalov leží hodnota $\frac{d}{u}$?

(A) $(0{,}15; 0{,}25\rangle$

(B) $(0{,}25; 0{,}45\rangle$

(C) $(0{,}45; 0{,}6\rangle$

(D) $(0{,}6; 1)$

32.

Rovnoramennému pravouhlému trojuholníku je opísaná kružnica. Aký je pomer obsahu trojuholníka k obsahu kruhu, ktorý je ohraničený kružnicou trojuholníku opísanou?

(A) **1 : π**
(B) 1 : 4
(C) 2 : 3π
(D) 3 : 8

33.

Štvorec *KLMN* s dĺžkou strany 3 cm má strany rovnobežné so súradnicovými osami. Aké súradnice **nemôže** mať bod *M*, ak má bod *K* súradnice [1; 1]?

(A) [4; 4]
(B) [−2; 4]
(C) [−2; −2]
(D) **[2; 4]**

34.

O kužeľosečke $9x^2 - 16y^2 - 32y - 160 = 0$ tvrdíme:

1. Hlavná polos je dlhšia než vedľajšia.
2. Excentricita sa rovná 5.
3. Jedno ohnisko je v bode [−5, −1].

Z týchto tvrdení sú pravdivé:

(A) len tvrdenia 1. a 2.
(B) len tvrdenia 1. a 3.
(C) len tvrdenia 2. a 3.
(D) **všetky tri uvedené tvrdenia**

35.

Je daná kocka *ABCDEFGH* s dolnou podstavou *ABCD* s dĺžkou hrany *a*. Bod *E* je nad bodom *A*. Body *X, Y, Z* sú (v tomto poradí) stredy hrán *AD*, *CD*, *AE*. Rezom kocky rovinou *XYZ* je:

(A) štvorec
(B) pravidelný päťuholník
(C) **pravidelný šesťuholník**
(D) iný útvar než v ostatných odpovediach