Matematika

Březen II 2024

Počet účastníků: 1055
Čistá úspěšnost: 40,8 %
Korig. úspěšnost: 41,9 %
Hrubá úspěšnost: 48,8 %
Průměrné skóre: 14,3
Medián skóre: 14,3

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 33,7
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -7,7
Směr. odchylka skóre: 7,1

Rozdíl množin *A* a *B*: $A \setminus B$ případně $A - B$

Kvadratická rovnice: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkce:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1,\ x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x},\ x \neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$; $\left|\cos \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin *x*	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos *x*	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\frac{c}{a} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosinová věta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$; $\log_z x^k = k \cdot \log_z x$; $\log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ **Geometrická řada:** $s = a_1 \cdot \frac{1}{1-q}, |q| < 1$

Rozklad na součin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \ldots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$; $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$; $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}$; $V'(k,n) = n^k$; $C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$

Binomická věta: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek p_1: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a p_2: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos\alpha = \frac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1; m2]$ od přímky p: $ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \frac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \frac{p}{2}; n\right]$; $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \frac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádr	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

Matematika

1.

Které z následujících čísel dostaneme, když od čísla opačného k číslu mínus čtyři odečteme 2 a výsledek vynásobíme mínus pěti?

(A) -30
(B) $\mathbf{-10}$
(C) 10
(D) 30

2.

Eva v sobotu ušla za 5 hodin a 30 minut celkem 22 km. Jana během soboty uběhla za 3 hodiny a 40 minut celkem 33 km. V jakém poměru jsou průměrné rychlosti Evy a Jany?

(A) 1 : 2
(B) 2 : 3
(C) **4 : 9**
(D) Žádná ze zbylých odpovědí není správná.

3.

Před rokem byl Honza dvakrát starší než Lenka. Za pět let bude Honza o polovinu starší než Lenka. Kolik je Lence let?

(A) 6
(B) **7**
(C) 8
(D) 9

4.

Myslím si číslo. Když od něj odečtu jeho jednu třetinu, výsledek vynásobím osmi, získaný součin vydělím třemi a číslo, které mi vyšlo, odmocním, dostanu číslo čtyři. Jaké bylo původní myšlené číslo?

(A) 3
(B) 6
(C) **9**
(D) 12

5.

Operace @ je definována vztahem $x @ y = 2x + 3y - 7$. Čemu se rovná $(-1) @ 1$?

(A) 2
(B) -2
(C) $\mathbf{-6}$
(D) -12

Matematika

6.

Blanka chce v bistru koupit 60 chlebíčků: čtvrtinu kaviárových a zbytek vajíčkových. Jeden vajíčkový stojí 20 korun, jeden kaviárový 40 korun. Na ISIC kartu může využít jednu ze slev: slevu na všechny chlebíčky ve výši 5 %, slevu na kaviárové chlebíčky ve výši 10 %, nebo slevu na vajíčkové chlebíčky ve výši 20 %.

S kterou slevou by Blanka zaplatila za jednorázový nákup chlebíčků celkem nejméně a s kterou nejvíce?

(A) nejméně se slevou na kaviárové chlebíčky, nejvíce se slevou na všechny chlebíčky
(B) nejméně se slevou na kaviárové chlebíčky, nejvíce se slevou na vajíčkové chlebíčky
(C) nejméně se slevou na vajíčkové chlebíčky, nejvíce se slevou na všechny chlebíčky
(D) **nejméně se slevou na vajíčkové chlebíčky, nejvíce se slevou na kaviárové chlebíčky**

7.

Na farmě je S slepic a K kachen. Platí následující vztah:

$3S = 2K + 100$

Které z následujících tvrzení vyplývá z uvedeného vztahu?

(A) **Trojnásobek počtu slepic je o 100 větší než dvojnásobek počtu kachen.**
(B) Trojnásobek počtu slepic je o 100 menší než dvojnásobek počtu kachen.
(C) Počet slepic je třikrát větší než počet kachen.
(D) Počet slepic je dvakrát větší než počet kachen.

8.

Vlak má 4 vagóny. Každý vagón kromě prvního veze o 10 % více nákladu než vagón zapojený před ním. O kolik procent více nákladu veze poslední vagón oproti druhému?

(A) o 10 %
(B) o 20 %
(C) **o 21 %**
(D) o 33 %

9.

Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou dlouhou 5 cm a delší odvěsnou dlouhou 4 cm a čtverec $KLMN$, jehož obvod je stejně velký jako obvod trojúhelníku ABC. O kolik větší či menší obsah má čtverec $KLMN$ oproti trojúhelníku ABC?

(A) o 2 cm^2 menší
(B) o 3 cm^2 menší
(C) **o 3 cm^2 větší**
(D) o 4 cm^2 větší

Matematika

10.

Funkce f je definována vztahem $f(x) = 3x - 3$. Který interval obsahuje všechna x, pro něž je hodnota funkce $f(x - 9)$ kladná?

(A) $(-\infty; 10)$
(B) $(-10; 0)$
(C) $(0; 10)$
(D) **$(10; \infty)$**

11.

Ve které z následujících možností **není** závěr logicky správně odvozen z předpokladu a pozorování?

(A) Předpoklad: jestliže je pták červený, je to papoušek. Pozorování: pták není papoušek. Závěr: pták není červený.
(B) **Předpoklad: jestliže je květina bílá, je to narcis. Pozorování: květina není bílá. Závěr: květina není narcis.**
(C) Předpoklad: houba je hřib, právě když má hnědý klobouk. Pozorování: houba není hřib. Závěr: houba nemá hnědý klobouk.
(D) Předpoklad: aspoň v jedné z dvojic Adam-Eva a Petr-Marie jsou oba vyšší než 170 cm. Pozorování: Petr měří 168 cm a Marie 171 cm. Závěr: Adam je vyšší než 170 cm.

12.

Mapa má měřítko 1 : 5 000. Vyznačená trasa na mapě měří 7 cm. Jak dlouhá je vyznačená trasa ve skutečnosti?

(A) **0,35 km**
(B) 3,5 km
(C) 35 km
(D) 350 km

13.

Ohrada kolem areálu má tvar čtyřúhelníku o stranách délek 126 m, 210 m, 252 m a 420 m. V jeho vrcholech a po celé ohradě mají být rozmístěny bezpečnostní kamery, přičemž vzdálenost mezi sousedními kamerami má být vždy stejná. Jaký nejmenší počet kamer může být v souladu s uvedenými podmínkami rozmístěn?

(A) 12
(B) **24**
(C) 42
(D) 84

14.

Pavel a Zdeněk psali test s pěti otázkami, v každé otázce byla právě jedna z možností A–E správně. Za správnou odpověď se 1 bod přičítal, za špatnou odpověď se 1 bod odečítal (celkový počet bodů mohl nabýt záporné hodnoty). Jejich odpovědi jsou zaznamenány v následující tabulce:

	1.	2.	3.	4.	5.
Pavel	A	B	C	E	D
Zdeněk	A	D	A	A	A

V každé otázce alespoň jeden z nich odpověděl správně. Jaký mohl být rozdíl bodů, které v testu Pavel a Zdeněk získali?

(A) pouze 0
(B) pouze kterýkoli z počtu bodů 0, 2, 4
(C) **pouze kterýkoli z počtu bodů 0, 4, 8**
(D) pouze kterýkoli z počtu bodů 0, 2, 6, 10

15.

Jsou dána přirozená čísla a, b, c, d taková, že platí následující rovnosti množin:

$(\{1; a\}\setminus\{b\}) \cup (\{2; c\}\setminus\{d\}) = \{3\} = (\{1; a\}\setminus\{b\}) \cap (\{2; c\}\setminus\{d\})$

Pak součet $a + b + c + d$ je roven:

(A) 6
(B) **9**
(C) 12
(D) 15

16.

Pro všechna kladná reálná čísla a, b platí:

$$\frac{a^{12}}{b^{10}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{b^3}}{b^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a}} = a^p \cdot b^q$$

Jakou hodnotu má součet $p + q$?

(A) 1,5
(B) 2
(C) 2,5
(D) **3**

17.

Je dána funkce $f(x) = x^a$, kde a je reálné číslo.

Platí, že $f(1) = 1$ a $f(-1) = -1$.

Které z následujících tvrzení určitě **neplatí**?

(A) $a < 0$
(B) a leží v intervalu $(0; 1)$
(C) ***a* je sudé číslo**
(D) a je liché číslo

Matematika

18.

Kolik existuje čtyřciferných násobků čísla 9?

(A) 998
(B) 999
(C) 1000
(D) 1001

19.

Množinou všech řešení rovnice

$$\sin 2x \cdot \cos 2x + 1 = 0$$

je množina:

(A) $\emptyset$
(B) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ k\frac{\pi}{2} \right\}$
(C) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$
(D) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ 2k\pi \right\}$

20.

1. Funkce $y = \cos x$ je sudá.
2. Funkce $y = \cos x - \sin x$ má nejmenší periodu menší než π.
3. Funkce $y = \sin x - \sin x$ je konstantní.

Kolik ze tří výše uvedených tvrzení je pravdivých?

(A) právě 0
(B) právě 1
(C) právě 2
(D) právě 3

21.

Graf funkce

$$y = |2x + 3 + 7x - 2| - 7x + 2$$

má společný bod s osou x v intervalu:

(A) $(-\infty; -1)$
(B) $\langle -1; 1 \rangle$
(C) $(1; \infty)$
(D) Graf funkce nemá společný bod s osou *x*.

22.

Řešením nerovnice

$$2x - \sqrt{x^2} - 2 \geq 0$$

je množina:

(A) $(-\infty; 2\rangle$
(B) $\langle \frac{2}{3}; 2 \rangle$
(C) $\langle \frac{2}{3}; \infty)$
(D) $\langle 2; \infty)$

Matematika

23.

Které z následujících tvrzení o funkci

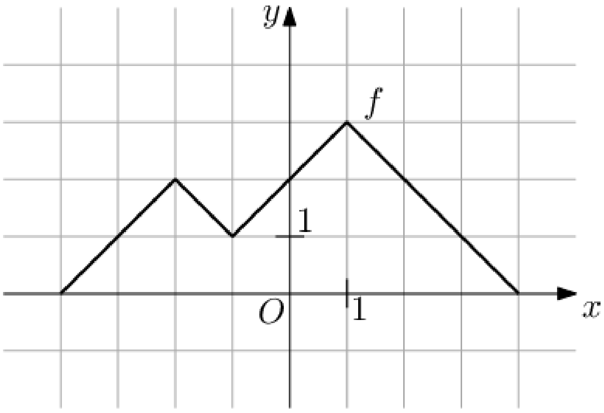
$f: y = \log_{\frac{3}{4}} x - 1$

je pravdivé?

(A) Obor hodnot funkce *f* je interval $(-\infty; -1)$.
(B) **Funkce *f* je klesající.**
(C) Průsečík grafu funkce *f* s osou *x* neexistuje.
(D) Graf funkce *f* prochází bodem $B[2; -1]$.

24.

Na obrázku je znázorněn graf funkce *f*.



Hodnoty $x \in \langle -4; 4 \rangle$, pro které platí $f(x) \geq f(2)$, tvoří množinu:

(A) $\langle 0; 2 \rangle$
(B) $\langle 2; 4 \rangle$
(C) $\{-2\} \cup \langle 0; 2 \rangle$
(D) $\emptyset$

25.

Rovnice

$4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$

má řešení v intervalu:

(A) $(-\infty; -1\rangle$
(B) $(-1; 0\rangle$
(C) $(0; 1\rangle$
(D) $(1; \infty)$

26.

V aritmetické posloupnosti (a_n) je $a_{10} = 32$, $a_{20} = 62$. Její první člen je:

(A) 3,5
(B) 4
(C) 4,5
(D) **5**

Matematika

27.

V posloupnosti (a_n) je pro všechna $n \geq 1$ člen a_{n+1} o 3 % větší než člen a_n. Je-li $a_1 = 100$, potom člen a_{25} je:

(A) $\mathbf{100 \cdot 1{,}03^{24}}$
(B) $100 \cdot 1{,}03^{25}$
(C) $100 \cdot 24 \cdot 1{,}03$
(D) $100 \cdot 25 \cdot 1{,}03$

28.

Při přípravě na přijímací zkoušky řešila Jana úlohy z matematiky a úlohy z fyziky. Dohromady vyřešila správně 80 % ze všech úloh. Úlohy z matematiky tvořily 60 % ze všech úloh a z nich vyřešila správně pět šestin. Jaký podíl úloh z fyziky vyřešila Jana správně?

(A) tři pětiny
(B) dvě třetiny
(C) **tři čtvrtiny**
(D) čtyři pětiny

29.

Ve třídě je 24 studentů, z nichž 20 studuje chemii a 10 studuje biologii. Každý student ze třídy studuje alespoň jeden z těchto předmětů a někteří studenti studují oba předměty. Náhodně vybereme jednoho studenta ze třídy. Pravděpodobnost, že tento student studuje pouze chemii, nebo pouze biologii, je rovna:

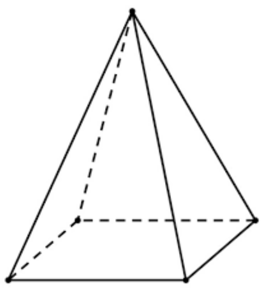
(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\boxed{\frac{3}{4}}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{5}{6}$

30.



Kolika různými způsoby je možno obarvit pravidelný čtyřboký jehlan pěti konkrétními barvami, a to každou stěnu a podstavu jinou barvou? Dvě obarvení se považují za totožná, obdržíme-li jedno z druhého natočením jehlanu.

(A) 20
(B) **30**
(C) 60
(D) 64

Matematika

31.

Délku strany pravidelného šestiúhelníku označme d a délku kterékoli z jeho nejdelších úhlopříček označme u. Ve kterém z následujících intervalů leží hodnota $\frac{d}{u}$?

(A) $(0{,}15; 0{,}25\rangle$

(B) $(0{,}25; 0{,}45\rangle$

(C) $(0{,}45; 0{,}6\rangle$

(D) $(0{,}6; 1)$

32.

Rovnoramennému pravoúhlému trojúhelníku je opsána kružnice. Jaký je poměr obsahu trojúhelníku k obsahu kruhu, který je omezen kružnicí trojúhelníku opsanou?

(A) $1 : \pi$
(B) $1 : 4$
(C) $2 : 3\pi$
(D) $3 : 8$

33.

Čtverec *KLMN* o straně délky 3 cm má strany rovnoběžné se souřadnými osami. Jaké souřadnice **nemůže** mít bod *M*, má-li bod *K* souřadnice [1; 1]?

(A) [4; 4]
(B) [−2; 4]
(C) [−2; −2]
(D) **[2; 4]**

34.

O kuželosečce $9x^2 - 16y^2 - 32y - 160 = 0$ tvrdíme:

1. Hlavní poloosa je delší než vedlejší.
2. Excentricita se rovná 5.
3. Jedno ohnisko je v bodě $[-5, -1]$.

Z těchto tvrzení jsou pravdivá:

(A) pouze tvrzení 1. a 2.
(B) pouze tvrzení 1. a 3.
(C) pouze tvrzení 2. a 3.
(D) **všechna tři uvedená tvrzení**

35.

Je dána krychle *ABCDEFGH* s dolní podstavou *ABCD* o hraně délky *a*. Bod *E* je nad bodem *A*. Body *X, Y, Z* jsou po řadě středy hran *AD*, *CD*, *AE*. Řezem krychle rovinou *XYZ* je:

(A) čtverec
(B) pravidelný pětiúhelník
(C) **pravidelný šestiúhelník**
(D) jiný útvar než v ostatních odpovědích