Matematika

Máj I 2024

Počet účastníků: 990
Čistá úspěšnost: 44,7 %
Korig. úspěšnost: 45,5 %
Hrubá úspěšnost: 51,5 %
Průměrné skóre: 15,6
Medián skóre: 15,7

Počet úloh: 35
Max. možné skóre: 35,0
Max. dosažené skóre: 35,0
Min. možné skóre: -11,7
Min. dosažené skóre: -7,7
Směr. odchylka skóre: 7,4

Rozdiel množín *A* a *B*: $A \setminus B$ prípadne $A - B$

Kvadratická rovnica: $ax^2 + bx + c = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$; $a \neq 0$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1,\ x \neq k \cdot \dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$; $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x},\ x \neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x},\ x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\left|\sin \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 - \cos x}{2}}$; $\left|\cos \dfrac{x}{2}\right| = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin *x*	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos *x*	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: sínusová veta: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a} = \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosínusová veta: $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$; $\log_z x^k = k \cdot \log_z x$; $\log_z x = y \Leftrightarrow x = z^y$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; $s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$ **Geometrický rad:** $s = a_1 \cdot \dfrac{1}{1-q},\ |q| < 1$

Rozklad na súčin: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$; $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k} + \dbinom{n}{k+1} = \dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \dfrac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$; $V'(k,n) = n^k$; $C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k} = \dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická veta: $(a+b)^n = a^n + \dbinom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dbinom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \dbinom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + b^n$

Analytická geometria: veľkosť vektoru: $\vec{u} = (u_1; u_2)$ je: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Kosínus odchýlky α priamok p_1: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0$ a p_2: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0$ je $\cos\alpha = \dfrac{|a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$ je $|Mp| = \dfrac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 - b^2$

Stredový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} - \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$; $e^2 = a^2 + b^2$

Vrcholová rovnica paraboly: $(y-n)^2 = \pm 2p \cdot (x-m), F\left[m \pm \dfrac{p}{2}; n\right]$; $(x-m)^2 = \pm 2p \cdot (y-n), F\left[m; n \pm \dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy telies:

	Kváder	Valec	Ihlan	Kužeľ	Guľa
Objem	$a \cdot b \cdot c$	$\pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{1}{3} S \cdot v$	$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$	$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi \cdot r \cdot (r+v)$	$S+Q$	$\pi \cdot r \cdot (r+s)$	$4\pi \cdot r^2$

Matematika

1.

Karolína čítala knihu s celkovým počtom strán 210. Prvý týždeň prečítala jednu sedminu z celkového počtu stránok knihy, druhý týždeň tretinu z počtu do tej doby neprečítaných stránok a tretí týždeň 30 % z celkového počtu stránok knihy. Celkom koľko stránok ešte Karolíne zostáva prečítať?

(A) 47
(B) 50
(C) **57**
(D) 86

2.

V zmenárni stojí jedna libra 28 korún a pri každom nákupe sa platí jednorazový poplatok vo výške 200 korún. V banke stojí jedna libra 29 korún, ale žiadny poplatok sa tu neplatí. Kde zaplatíme pri nákupe 200 libier viac korún a o koľko?

(A) **V zmenárni aj v banke zaplatíme rovnako.**
(B) v zmenárni o 56 korún
(C) v banke o 56 korún
(D) v banke o 490 korún

3.

Do cesta potrebujeme tri sypké suroviny. Múky potrebujeme o 65 g viac než cukru a 28krát viac než sódy. Koľko potrebujeme sódy, ak sódy a cukru potrebujeme celkom 225 g?

(A) 1 g
(B) **10 g**
(C) 15 g
(D) 17,5 g

4.

Ondrej si pustil film z videokazety, ktorý trvá 52 minút 23 sekúnd. Pretože prišli jeho kamaráti, po 4 minútach a 48 sekundách film prehral na začiatok a pustil ho znovu. Pretáčanie filmu na začiatok je šestnásťkrát rýchlejšie než jeho prehrávanie. Potom už film dohral do konca. Aká dlhá doba uplynula od prvého spustenia filmu do konca?

(A) 57 minút 13 sekúnd
(B) **57 minút 29 sekúnd**
(C) 1 hodina 2 minúty 17 sekúnd
(D) 1 hodina 2 minúty 33 sekúnd

5.

Mydlo stojí M korún a šampón stojí S korún. Platí vzťah:

$2M = S + 30$

Ktoré z nasledujúcich tvrdení je v súlade s uvedeným vzťahom?

(A) Cena jedného mydla sa rovná polovici ceny jedného šampónu.
(B) Dva šampóny stoja o tridsať korún viac než jedno mydlo.
(C) **Šampón stojí o tridsať korún menej než dve mydlá.**
(D) Cena jedného mydla je o 15 korún nižšia, než je polovica ceny jedného šampónu.

Matematika

6.

Priemerná cena jednej čokolády pri nákupe štyroch čokolád rôznych druhov je 105 korún. Ak kúpime ešte jednu (piatu) čokoládu iného druhu, bude priemerná cena všetkých piatich čokolád 108 korún. Koľko stojí posledný, piaty druh čokolády?

(A) 72 korún
(B) 84 korún
(C) **120 korún**
(D) 128 korún

7.

Akou stálou rýchlosťou musí pritekať voda do požiarnej nádrže tvaru kvádra s rozmermi 2 metre, 3 metre a 4 metre, aby sa bazén naplnil presne za 2 hodiny od začiatku napúšťania prázdnej nádrže?

(A) 120 l/min
(B) 160 l/min
(C) **200 l/min**
(D) 240 l/min

8.

Pavol ubehne stálou rýchlosťou 4 kilometre za 20 minút, Viktor ubehne stálou rýchlosťou 6 kilometrov za 45 minút. Čia stála rýchlosť je väčšia a o koľko percent?

(A) Viktorova o 20 %
(B) Viktorova o 28 %
(C) Pavlova o 25 %
(D) **Pavlova o 50 %**

9.

Z obdĺžnikového plechu s rozmermi 80 cm a 130 cm sa vystrihujú štvorce s dĺžkou strany 25 cm. Akého najmenšieho odpadu (to, čo sa zvýši po vystrihnutí štvorcov) je možné dosiahnuť?

(A) 1 050 cm^2
(B) **1 025 cm^2**
(C) 950 cm^2
(D) 775 cm^2

10.

Operácia #*A* je definovaná tak, že od dvojnásobku čísla *A* odčítame číslo 10. Operácia &*A* je definovaná tak, že k polovici čísla *A* pripočítame číslo 10. Čomu sa rovná &(#16)?

(A) 16
(B) 18
(C) **21**
(D) 26

Matematika

11.

Pavlovi sa narodili mladší súrodenci – dvojčatá. Po 5 rokoch od ich narodenia bol Pavlov vek o 20 % vyšší než súčet vekov oboch dvojčiat. Koľko rokov bude mať Pavol, keď bude súčet vekov oboch dvojčiat rovný jeho veku?

(A) 10 rokov
(B) 12 rokov
(C) **14 rokov**
(D) 16 rokov

12.

Dievčatá Adela a Barbora a chlapci Cyril, Dávid, Emil a Filip písali test, v ktorom získali pri zoradení od najmenej úspešného po najúspešnejšieho riešiteľa postupne 10, 15, 18, 20, 22 a 30 bodov. Pritom vieme, že Barbora získala práve o 5 bodov viac než Dávid, že Emil získal menej než polovičný počet bodov oproti Filipovi a že Cyril získal aspoň o 10 bodov viac než Adela.

Koľko bodov získali v priemere dievčatá?

(A) 17,5 bodov
(B) 18,5 bodov
(C) **19 bodov**
(D) 20 bodov

13.

Sú dané dve neprázdne množiny A, B.

Ak $A \subset B \wedge B \subset A$, potom **neplatí**:

(A) $A \cap B = B$
(B) $\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$
(C) $A \cup B = A$
(D) $A \cap B = A \cup B$

14.

Oľga s Petrom majú dohromady 1 000 EUR. Keby Oľga dala Petrovi 100 EUR, mala by o 50 EUR menej než Peter. Koľko EUR má Peter?

(A) 400
(B) **425**
(C) 450
(D) 475

15.

Výraz

$(a + b)^{10} - (a - b)^{10}$

upravíme podľa binomickej vety a členy s rovnakými mocninami sčítame. Koľko má po týchto úpravách výsledný mnohočlen členov (sčítancov)?

(A) **5**
(B) 6
(C) 10
(D) 11

Matematika

16.

1) Funkcia $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ je zdola ohraničená.
2) Funkcia $y = \left| |x-1| - 1 \right|$ je zdola ohraničená.
3) Funkcia $y = \sin x - \cos x$ je zhora aj zdola ohraničená.

Koľko z troch vyššie uvedených tvrdení je pravdivých?

(A) práve 0
(B) práve 1
(C) práve 2
(D) práve 3

17.

Súčet všetkých prirodzených čísel z intervalu $\langle 1; 200 \rangle$, ktoré sú násobkom štyroch, označíme S. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o hodnote S je pravdivé?

(A) $S \leq 5\,050$
(B) $5\,050 < S \leq 5\,100$
(C) $5\,100 < S \leq 5\,200$
(D) $S > 5\,200$

18.

Ktorá z nasledujúcich funkcií pretína os x v intervale $(-2\pi; 2\pi)$ práve 4krát?

(A) $y = 2\sin 2x$
(B) $y = 2\cos 2x$
(C) $y = \dfrac{\sin x}{2}$
(D) $\boxed{y = \dfrac{\cos x}{2}}$

19.

Množinou všetkých riešení rovnice

$\sin 2x \cdot \cos^2 x = 0$

je množina:

(A) $\boxed{\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ k\dfrac{\pi}{2} \right\}}$
(B) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$
(C) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$
(D) $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ 2k\pi \right\}$

Matematika

20.

Graf funkcie

$$y = 2 - \sqrt{|x-2|\left(2+|x|\right)}$$

v intervale $(-\infty;\, 0\rangle$ leží na priamke:

(A) $y = \frac{1}{2}x$

$\boxed{\textbf{(B)}\ y = x}$

(C) $y = 2x$

(D) $y = 2x - 1$

21.

Všetky riešenia kvadratickej nerovnice

$x^2 + x - 70 \leq 2$

predstavuje:

(A) $(-\infty;-9\rangle$

(B) $(-\infty;\, -9\rangle \cup \langle 8;\, \infty)$

$\boxed{\textbf{(C)}\ \langle -9;\, 8\rangle}$

(D) $(-9;\, 8)$

22.

Hodnota výrazu

$1999 - 1997 + 1995 - 1993 + ... + 7 - 5 + 3 - 1$,

v ktorom sa nachádzajú postupne všetky nepárne čísla od 1999 do 1 a kde sa pravidelne striedajú znamienka, sa rovná:

(A) 0

(B) 999

(C) 1000

(D) 2000

23.

Riešením rovnice

$$\left[\left(3^x - 1\right)\left(3^x + 1\right) + 1\right]^{-2} = 81$$

je číslo:

$\boxed{\textbf{(A)}\ x = -1}$

(B) $x = -\frac{1}{2}$

(C) $x = \frac{1}{2}$

(D) $x = 2$

Matematika

24.

Hodnota výrazu

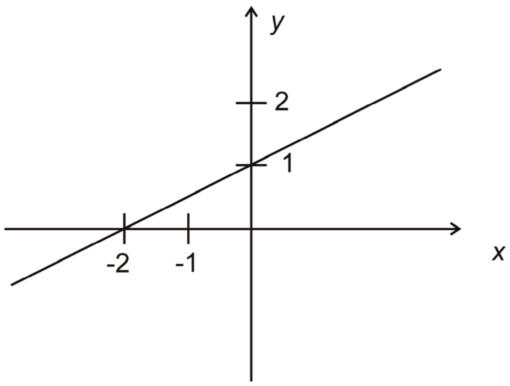
4log 2 − 2log 4

sa rovná:

(A) –log 4
(B) –log 2
(C) **0**
(D) log 2

25.

Určte predpis funkcie, ktorej graf je zostrojený na nasledujúcom obrázku.



(A) $y = \frac{1}{2}x - 2$

(B) $y = \frac{1}{2}x + 1$

(C) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

(D) $y = 2x + 1$

26.

V geometrickej postupnosti (a_n) platí $a_1 = \frac{1}{4}$, $q = -8$. Členom tejto postupnosti je číslo:

(A) **–8 192**
(B) –1 040
(C) 1 040
(D) 8 192

27.

Šesť kamarátov (Dano, Eva, Filip, Gabika, Jano, Iva) sa má rozsadiť do radu šiestich miest vedľa seba. Pritom Dano bude sedieť vedľa Evy a Jano vedľa Ivy. Koľko je možných takých rozsadení?

(A) $4! + 2!$
(B) $4! \cdot 2!$
(C) $\mathbf{4! \cdot 2^2}$
(D) $6! - 4!$

28.

Vo vrecku je päť oranžových guliek, tri fialové guľky a dve ružové guľky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahnem dvakrát za sebou ružovú guľku, ak prvú vytiahnutú guľku pred druhým ťahom vrátim naspäť do vrecka?

(A) 0,02
(B) **0,04**
(C) 0,2
(D) 0,4

29.

Ak zapíšeme číslo 21! v desiatkovej sústave, počet núl za poslednou nenulovou číslicou je:

(A) **4**
(B) 5
(C) 6
(D) 7

30.

Súčet

$$\binom{8}{0}+\binom{8}{2}+\binom{8}{4}+\binom{8}{6}$$

sa rovná:

(A) 2^7-1

(B) 2^6

(C) $2\cdot\binom{8}{4}$

(D) $\binom{8}{4}$

31.

Pre elipsu danú rovnicou

$$25x^2 + 9y^2 - 36y - 189 = 0$$

platí:

(A) elipsa má stred v bode [−2; 0], hlavná polos má veľkosť 3 a vedľajšia 5
(B) elipsa má stred v bode [0; −2], hlavná polos má veľkosť 5 a vedľajšia 3
(C) **elipsa má stred v bode [0; 2], hlavná polos má veľkosť 5 a vedľajšia 3**
(D) elipsa má stred v bode [2; 0], hlavná polos má veľkosť 5 a vedľajšia 3

32.

Lyžiar zišiel svah, ktorý rovnomerne klesá pod uhlom 10° a má dĺžku 200 m. Aký rozdiel nadmorských výšok zodpovedá tomuto pohybu?

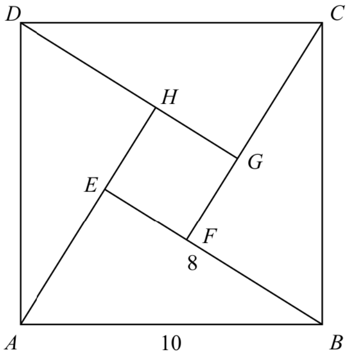
(A) **$200\sin 10°$ m**

(B) $\frac{200}{\sin 10°}$ m

(C) $200\cos 10°$ m

(D) $\frac{200}{\cos 10°}$ m

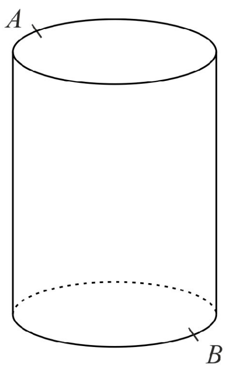
33.



Ak sú *ABCD* a *EFGH* štvorce umiestnené ako na obrázku, $|AB| = 10$ a $|BE| = 8$, potom obsah štvorca *EFGH* sa rovná:

(A) **4**
(B) 6
(C) 8
(D) 9

34.



Je daný valec s polomerom podstavy $r = 1$ m a výškou $v = 3$ m. Rovina, ktorá prechádza stredmi oboch podstav, pretína hranu hornej podstavy v bode *A* a hranu dolnej podstavy v bode B podľa obrázka. Odhadnite na dve desatinné miesta, aká je najkratšia vzdialenosť bodov *A*, *B* meraná na plášti valca:

(A) približne 5,20 m
(B) približne 5,00 m
(C) približne 4,56 m
(D) **približne 4,34 m**

35.

V rovine sú dané štyri rôzne body A, B, C, D. Ak je

$|AB| = |AC| = |AD| = |BC| = |BD| = 1$,

potom dĺžka úsečky CD sa rovná:

(A) 1
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 2